



各位親愛的同學：

編者想要跟各位談一談數學的用處。數學是一門基本學科，它是日常生活的工具，也是科學的語言。學習數學，可以培養嚴謹的思考習慣，對學習其他學科有很大的幫助。解決數學問題的經驗也可以幫忙我們分析日常生活的問題，一個問題的目的是什麼，有什麼限制條件，有那些可能的做法，有沒有可能達到預期的目標。這些都是學習數學的好處。

同學們，在學習數學的過程裡，你是不是也有過一些特別的領悟和體會呢？希望這個學期的數學學習，帶給你更多的探索和發現，也讓你的學習更有信心！

編者上



# 課本目次

## 1 質數和質因數

1-1 質數.....	4
1-2 質因數.....	6
1-3 質因數分解.....	8

綜合練習1.....	13
------------	----



## 2 最大公因數及最小公倍數



2-1 最大公因數.....	14
2-2 解題.....	19
2-3 最小公倍數.....	22
2-4 解題.....	26

綜合練習2.....	29
------------	----

## 3 分數的除法

3-1 分數的除法.....	30
3-2 解題.....	36
3-3 乘除互逆.....	40
3-4 乘法與除法的應用.....	43

綜合練習3.....	47
------------	----



## 4 比、比值與正比

4-1 比和比值.....	48
4-2 相等的比 (1).....	51
4-3 相等的比 (2).....	54
4-4 解題.....	57
4-5 正比.....	60

綜合練習4.....	63
------------	----



## 5 圖形的縮放

5-1 放大與縮小.....	64
5-2 繪製放大圖與縮小圖.....	70
5-3 比例尺.....	72

綜合練習5.....	75
------------	----



## 6 圓形圖



6-1 統計圖的用途.....	76
6-2 繪製圓形圖.....	79
6-3 解題.....	84

綜合練習6.....	87
------------	----

## 7 小數的除法

7-1 小數除以小數.....	88
7-2 解題.....	90
7-3 單位換算.....	93

綜合練習7.....	95
------------	----



## 8 正多邊形與圓

8-1 正多邊形.....	96
8-2 圓的周長.....	98
8-3 圓的面積.....	102
8-4 扇形的弧長和面積.....	105
8-5 解題.....	109

綜合練習8.....	111
------------	-----



## 9 柱體和錐體

9-1 形體的分類.....	112
9-2 認識直角柱.....	114
9-3 認識直圓柱.....	116
9-4 認識正角錐.....	117
9-5 認識直圓錐.....	120

綜合練習9.....	122
------------	-----



# 第1章 質數和質因數

## 1-1 質數

**例1** 寫出下列各數的所有因數。

1 15

$$15 = 1 \times 15 \\ = 3 \times 5$$

15的因數有  
1、3、5、15

2 13

$$13 = 1 \times 13$$

13的因數有  
1、13

3 19

$$19 = 1 \times 19$$

19的因數有  
1、19

**練習** 寫出下列各數的所有因數。

1 42

2 11

3 17

像13、19這樣大於1的整數，除了1和它自己以外，沒有其他的因數，這種數稱為**質數**。大於1的整數如果不是質數，就稱為**合數**。例如15除了1和自己，還有3和5的因數，所以15是合數，不是質數。合數一定有一個比1大，但比它自己小的因數。

1既不是質數也不是合數。

**練習** 10以內的整數，那些數是質數？那些數是合數？

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

**例2** 248是不是質數？ $7 \times 13$ 是不是質數？

248是偶數，可以被2整除，因此2是248的因數。248不是質數。

$7 \times 13$ 除了1和它自己以外，還有7、13的因數。 $7 \times 13$ 不是質數。

除了2以外的偶數都是合數。

我們不需要算出 $7 \times 13$ ，就知道它不是質數！

**練習** 下面那些數是質數？圈圈看。

12, 23, 27,  $1 \times 11$ , 99,  $17 \times 19$

**例3** 一群學生排隊，要排2排以上，每排人數一樣多，而且至少2人。學生人數可能有幾人？

13人 15人 17人 19人

學生人數是質數還是合數呢？

由題意知道學生的數目是合數，選項中只有15是合數，其他13、17、19都是質數，所以答案是15人。

**練習** 1~30的整數中，那些是質數？圈圈看。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10  
11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20  
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30

## 1-2 質因數

**例1** 寫出30的所有因數。這些因數中有那些是質數？

30的因數：1、2、3、5、6、10、15、30

30的因數中，2、3、5是質數。

2、3、5既是質數，又是30的因數，所以稱2、3、5為30的質因數。

$$\begin{aligned} 30 &= 1 \times 30 \\ &= 2 \times 15 \\ &= 3 \times 10 \\ &= 5 \times 6 \end{aligned}$$



**練習** 下列那些敘述是對的？在  中打  $\checkmark$ 。

- ① 2是8的因數，也是8的質因數。
- ② 4是8的因數，也是8的質因數。
- ③ 1是11的因數，也是11的質因數。
- ④ 13只有1個質因數，就是13自己。
- ⑤ 每個質數都只有1個質因數。

**例2** 24的質因數有那些？

24的因數：1、2、3、4、6、8、12、24

24的質因數：2、3

先寫出24的所有因數，再找出24的質因數。



**練習** 找出下列各數的質因數。

① 32

② 19

**例3** 1~100的整數中，那些數的質因數裡有13？

在100以內，13的倍數有

13、26、39、52、65、78、91

13是某數的質因數，所以這個數是13的倍數。



答：13、26、39、52、65、78、91

**練習** 1~100的整數中，那些數的質因數裡有17？

**例4** 1~50的整數中，那些數的質因數裡有2和5？

先列出50以內5的倍數：

5、10、15、20、25、30、35、40、45、50、

其中10、20、30、40、50是2的倍數。

答：10、20、30、40、50

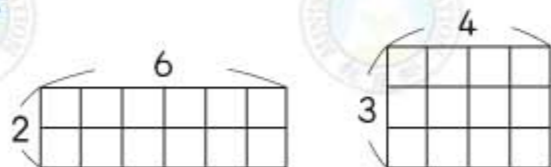
某數的質因數有2和5，是說這個數是2的倍數，也是5的倍數，所以這個數是2和5的公倍數。



**練習** 1~50的整數中，那些數的質因數裡有3和7？

**例5** 小英想用12個邊長是1公分的正方形，來排1個長方形，如果長方形的一邊長的公分數是質數，她可以排成那些形狀的長方形？

由題意知道長方形的一個邊長是12的質因數。12的質因數有2和3，所以這個長方形的形狀可能如下：



像  和  為同樣一種形狀的長方形……



# 1-3 質因數分解

12可以由那幾個質因數相乘得到？

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

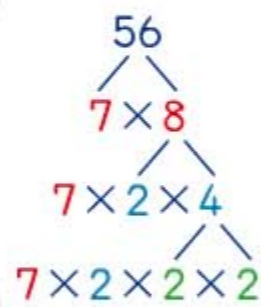
將一個合數寫成質因數相乘的形式，稱為質因數分解。

如何做30的質因數分解呢？我們用下面的圖示來說明：

<p><b>做法1</b></p> <p>30 = 3 × 10 = 3 × 2 × 5</p>	<p><b>做法2</b></p> <p>30 = 2 × 15 = 2 × 3 × 5</p>
<p>要檢查2、3、5是不是質數。</p>	

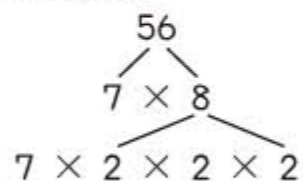
將一個數寫成質因數分解時，習慣上將質因數由小寫到大。例如將30做質因數分解時，通常寫成 $2 \times 3 \times 5$ ，而不寫成 $3 \times 2 \times 5$ 。

**例1** 將56做質因數分解。



$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

如果知道 $8 = 2 \times 2 \times 2$ ，也可以寫成：



**練習** 將下列各數做質因數分解。

1 24

2 54

3 75

**例2** 將 $25 \times 21$ 做質因數分解。



$$25 \times 21 = 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

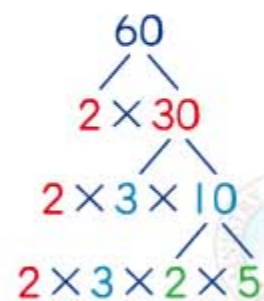
不需要先算出 $25 \times 21$ ，可以直接做質因數分解。

**練習** 將下列各數做質因數分解。

1  $100 \times 25$

2  $49 \times 28$

**例3** 寫出60的所有質因數。



$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

60的質因數有2、3、5

先將60做質因數分解。



**注意事項：**本書用來做質因數分解的數，原則上在100以內，不過也有像125、216、 $49 \times 21$ 等形式的數，其質因數分解基本上只用到10以內的質數。教師在重新布題或評量時，請勿超越此限制。

84 = 2 × 42 也可以用下面右邊的方式來記錄：

將  $84 \div 2 = 42$  記成下面的形式。

$$\begin{array}{r} 84 \\ \swarrow \searrow \\ 2 \times 42 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} \text{除數} \rightarrow 2 \mid 84 \leftarrow \text{被除數} \\ \phantom{2 \mid} 42 \leftarrow \text{商} \end{array}$$

用上面的形式可以繼續往下做84的質因數分解：

這樣的計算方法稱為短除法。

用短除法做質因數分解，除數就取成該數的質因數。

$$\begin{array}{r} 2 \mid 84 \\ 2 \mid 42 \\ 3 \mid 21 \\ \phantom{3 \mid} 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 84 \\ 2 \times 42 \\ 2 \times 2 \times 21 \\ 2 \times 2 \times 3 \times 7 \end{array}$$

質因數分解： $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$

**練習** 用短除法將下列各數做質因數分解。

① 24

② 64

③ 72

**例4** 165有1個質因數是11，求165的質因數分解。

$$\begin{array}{r} 11 \mid 165 \\ \phantom{11 \mid} 15 \\ 3 \mid 15 \\ \phantom{3 \mid} 5 \end{array} \quad \text{先將165除以11}$$

質因數分解： $165 = 3 \times 5 \times 11$

下面的例5是質因數分解的一種應用。

**例5**  $2 \times 3$  是  $2 \times 3 \times 3$  的因數嗎？ $2 \times 2$  是  $2 \times 3 \times 3$  的因數嗎？

①  $2 \times 3$  可以整除  $2 \times 3 \times 3$ ，所以  $2 \times 3$  是  $2 \times 3 \times 3$  的因數。

$$\begin{array}{r} 2 \times 3 \times 3 \div (2 \times 3) \\ = \frac{2 \times 3 \times 3}{2 \times 3} \\ = 3 \end{array}$$

②  $2 \times 2$  不能整除  $2 \times 3 \times 3$ ，所以  $2 \times 2$  不是  $2 \times 3 \times 3$  的因數。

$$\begin{array}{r} 2 \times 3 \times 3 \div (2 \times 2) \\ = \frac{2 \times 3 \times 3}{2 \times 2} \\ = \frac{9}{2} \end{array}$$

**練習** 下列那些敘述是對的？在  中打  $\checkmark$ 。

①  $2 \times 5$  是  $2 \times 5 \times 7$  的因數。

②  $3 \times 3$  是  $2 \times 3 \times 3$  的因數。

③ 1 不是  $2 \times 5 \times 7$  的因數。

④ 4 是  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$  的因數。

4的質因數分解是  $2 \times 2$

⑤ 8 是  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$  的因數。

**練習** 下面那些數是  $2 \times 2 \times 3 \times 13$  的因數？圈圈看。

2,  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$ ,  $2 + 3$ ,  $2 \times 13$ ,  $2 \times 3 \times 13$

**注意事項：** 例5的教學，應提醒學生不要將  $2 \times 3$  與  $2 \times 3 \times 3$  算出來再解題，因為在這樣的寫法中，

$2 \times 3 \times 3$  這個數顯然有  $2 \times 3$  的因數。



# 綜合練習 1



**例 6** 將下列各數做質因數分解，並由質因數分解的結果，找出所有的因數。

① 20

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

找出20的因數：

- ①先寫1
- ②1個質因數：2、5
- ③2個質因數相乘：2×2、2×5
- ④3個質因數相乘：2×2×5

20的因數有1、2、4、5、10、20

② 42

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

找出42的因數：

- ①先寫1
- ②1個質因數：2、3、7
- ③2個質因數相乘：  
2×3、2×7、3×7
- ④3個質因數相乘：2×3×7

42的因數有1、2、3、6、7、14、21、42

**練習** 將下列各數做質因數分解，並找出各數所有的因數。

① 75

② 135

③ 125

**例 7** 小華想用36張邊長1公分的正方形，來排1個長方形或1個正方形，他可以排出多少種形狀？他能排出一個正方形嗎？

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，所以長方形的寬（較短的邊）和長如下表。

長方形一邊是36的因數。



寬(公分)	1	2	3	$2 \times 2$	$2 \times 3$
長(公分)	36	$2 \times 3 \times 3$	$2 \times 2 \times 3$	$3 \times 3$	$2 \times 3$

答：①5種形狀②可以排成一個正方形（邊長是6公分）



**1** 將下列各數做質因數分解。

① 48

② 144

③  $4 \times 15$

④  $24 \times 18$



**2** 將下列各數做質因數分解，並找出各數所有的因數。

① 30

② 98

③ 105

④ 216



**3** 小杰用24張一樣的正方形卡片，來排成一長方形，他可以排出多少種形狀？

## 第 2 章 最大公因數及最小公倍數

### 2-1 最大公因數

**例 1** 找出 54 和 72 的所有公因數。

54 的因數：1、2、3、6、9、18、27、54

72 的因數：1、2、3、4、6、8、9、12、18、24、36、72

54 和 72 的公因數：1、2、3、6、9、18

54 和 72 的所有公因數中，最大的是 18，稱 18 是 54 和 72 的最大公因數。

**例 2** 8 和 9 的公因數有那些？最大公因數是多少？

8 的因數：1、2、4、8

9 的因數：1、3、9

8 和 9 的公因數只有 1。

8 和 9 的最大公因數是 1

**練習** 找出下列各組數的最大公因數。

① 18、12

② 25、18

**例 3**  $2 \times 2 \times 3$  和  $2 \times 3 \times 3$  的公因數有那些？最大公因數是多少？

$2 \times 2 \times 3$  的因數：1、2、3、 $2 \times 2$ 、 $2 \times 3$ 、 $2 \times 2 \times 3$

$2 \times 3 \times 3$  的因數：1、2、3、 $3 \times 3$ 、 $2 \times 3$ 、 $2 \times 3 \times 3$

最大公因數是  $2 \times 3$

因為  $2 \times 2 \times 3$  和  $2 \times 3 \times 3$  的共同質因數裡有 1 個 2 和 1 個 3，由例 3 知道最大公因數是  $2 \times 3$ 。

**例 4** 求  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$  和  $2 \times 3 \times 3 \times 7$  的最大公因數。

$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$   
 $2 \times 3 \times 3 \times 7$

先圈出共同的質因數再相乘，就可以找到兩數的最大公因數。

最大公因數： $2 \times 3 \times 3 = 18$

將兩數的質因數分解中的共同質因數相乘，得到的數就是兩數的最大公因數。

**練習** 找出下列各組數的最大公因數。

①  $2 \times 2$ 、 $2 \times 3 \times 3$

②  $2 \times 2 \times 5$ 、 $2 \times 2 \times 3$

**例 5** 求  $2 \times 3$  和  $5 \times 7$  的最大公因數。

$2 \times 3$  的因數：1、2、3、 $2 \times 3$

$5 \times 7$  的因數：1、5、7、 $5 \times 7$

最大公因數：1

如果兩數沒有共同的質因數，兩數的最大公因數是 1。

**練習** 找出下列各組數的最大公因數。

①  $11 \times 13$ 、 $3 \times 5$

②  $2 \times 2 \times 2$ 、 $3 \times 3 \times 3$

由例4和例5知道，求兩數的最大公因數時，可以先將兩數做質因數分解後再求答。

**例6** 用質因數分解找出36和32的最大公因數。

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

最大公因數： $2 \times 2 = 4$

用短除法做質因數分解：

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$$



**練習** 找出下列各組數的最大公因數。

① 125、75

② 27、72

如果將例6中36、32的兩個短除法合併在一起，計算就會更簡單：

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 36 & 32 \\ \hline 2 & 18 & 16 \\ & 9 & 8 \end{array}$$

2是36、32的共同質因數。

2是18、16的共同質因數。

9和8沒有共同的質因數。

最大公因數： $2 \times 2 = 4$

**例7** 用短除法求60和72的最大公因數。

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 60 & 72 \\ \hline 2 & 30 & 36 \\ 3 & 15 & 18 \\ & 5 & 6 \end{array}$$

最大公因數： $2 \times 2 \times 3 = 12$

**練習** 用短除法求下列各組數的最大公因數。

① 42和24

② 25和50

當兩個整數沒有共同的質因數時，就稱這兩個整數互質，例如，16和75互質。因為16和75沒有共同的質因數，所以16和75的最大公因數是1。

兩個整數互質時，他們的最大公因數是1。

**練習** 下列各組數中，那些互質？

① 27、21

② 54、38

③ 99、100

④ 50、51

**練習** 下面那些敘述是對的？在□中打✓。

① 8不是質數，9不是質數，所以8和9不互質。

② 1是25和33的公因數，所以25和33有一個共同的質因數1。

③ 77和23的最大公因數是1，所以77和23互質。

④ 50和27互質，所以50和27的最大公因數是1。

## 2-2 解題

**例1** 要將72枝筆和48本筆記本全部裝袋，每袋裝的筆一樣多，每袋裝的筆記本也一樣多。最多可以分裝成幾袋？每袋裝有幾枝筆和幾本筆記本？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72 \ 48} \\ \underline{2 \ 36 \ 24} \\ 2 \ 18 \ 12 \\ \underline{3 \ 9 \ 6} \\ 3 \ 2 \end{array}$$

- 因為筆和筆記本要全部分完，所以袋數要能整除72和48。最多的袋數就是72和48的最大公因數。
- 算出最大公因數後，再算每袋分到筆和筆記本的數量。

最大公因數： $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

$$72 \div 24 = 3, \quad 48 \div 24 = 2$$

答：①最多分裝成24袋

②每袋分到3枝筆和2本筆記本



**例2** 有一塊長為84公尺、寬為70公尺的長方形土地，地主想將這塊土地全部分割成大小一樣的正方形（邊長的公尺數都是整數），正方形的邊長最大會是幾公尺？可以分成幾塊正方形的土地？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84 \ 70} \\ \underline{7 \ 42 \ 35} \\ 6 \ 5 \end{array}$$

正方形邊長是84和70的公因數，所以要求最大公因數。



最大公因數： $2 \times 7 = 14$

$$84 \div 14 = 6 \quad \text{長分割成6段}$$

$$70 \div 14 = 5 \quad \text{寬分割成5段}$$

$$\text{正方形的個數：} 6 \times 5 = 30$$

長分割成6段，寬分割成5段，所以有 $6 \times 5$ 塊正方形。

答：①正方形邊長最大會是14公尺

②可以分成30塊正方形

最大公因數可以應用在約分，下面例8先複習分數的約分。

**例8** 用約分求出 $\frac{12}{18}$ 的所有等值分數。

$$\frac{\overset{6}{\cancel{12}}}{\underset{9}{\cancel{18}}} = \frac{6}{9} \quad \text{用2約分} \quad \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{6}{\cancel{18}}} = \frac{4}{6} \quad \text{用3約分} \quad \frac{\overset{2}{\cancel{12}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{2}{3} \quad \text{用6約分}$$

$\frac{12}{18}$ 等值分數有： $\frac{6}{9}$ 、 $\frac{4}{6}$ 、 $\frac{2}{3}$

分子和分母如果有大於1的公因數，就可以再約分，例如 $\frac{12}{18}$ 可以約分成 $\frac{6}{9}$ 。但是如果分子和分母互質，如 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{7}{12}$ 、 $\frac{1}{5}$ ，就不能再約分，這樣的分數稱為**最簡分數**。將分數用分子、分母的最大公因數約分，就可得到最簡分數。

**例9** 找出下列各分數的最簡分數。

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \frac{6}{18} \\ \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{1}{3} \quad \text{18和6的最大公因數是6，用6約分。} \end{array} \quad \begin{array}{l} \textcircled{2} \frac{72}{27} \\ \frac{\overset{8}{\cancel{72}}}{\underset{3}{\cancel{27}}} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \quad \text{27和72的最大公因數是9，用9約分。} \end{array}$$

**練習** 找出下列各分數的最簡分數。

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \frac{24}{54} \\ \textcircled{2} \frac{75}{100} \\ \textcircled{3} \frac{144}{96} \end{array}$$

**例3** 爸爸給小明零用錢每天都一樣多，給哥哥的零用錢每天也是一樣多。如果爸爸給小明和哥哥在同一段時間內的零用錢分別是125元和145元，小明和哥哥的每天的零用錢最少分別是多少元？

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 125 \quad 145} \\ \underline{25 \quad 29} \end{array}$$

由題意，知道這段時間的天數是125和145的公因數。



$$125 \div 5 = 25$$

$$145 \div 5 = 29$$

答：小明的零用錢最少是25元，哥哥的零用錢最少是29元

**例4** 王老板將62粒紅豆麻糬和48粒花生麻糬平分裝到盒子裡，每盒紅豆麻糬要一樣多，花生麻糬也要一樣多。最後紅豆麻糬剩下2粒，花生麻糬剩下3粒，最多可以平分成幾盒？每盒分到的紅豆麻糬和花生麻糬各幾粒？

$$62 - 2 = 60$$

$$48 - 3 = 45$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 60 \quad 45} \\ 5 \overline{) 20 \quad 15} \\ \underline{4 \quad 3} \end{array}$$

將62粒減掉2粒，48粒減掉3粒，就可以分完。先減再求最大公因數。



$$\text{最大公因數：} 3 \times 5 = 15$$

$$60 \div 15 = 4$$

$$45 \div 15 = 3$$

答：①最多可以平分成15盒

②每盒有紅豆麻糬4粒，花生麻糬3粒

**練習** 有一張長方形白紙，長96公分，寬80公分，學文想將整張紙分割成同樣大小的正方形（邊長的公分數都是整數），最少可以分割成幾個正方形？



**練習** 一箱罐裝咖啡的罐數和一箱罐裝奶茶的罐數一樣，如果一箱罐裝咖啡賣240元，一箱罐裝奶茶賣204元，每罐咖啡、奶茶至少各賣多少元？



**練習** 58枝筆和34本筆記本要分給學生，每位學生要分到一樣多的筆，也要分到一樣多的筆記本。平分後老師發現筆多了2枝，筆記本不夠2本，學生最多有幾人？



## 2-3 最小公倍數

**例1** 1~100的整數中，那些數是12和18的公倍數？

12的倍數：12、24、36、48、60、72、84、96

18的倍數：18、36、54、72、90

12和18的公倍數有36、72

12和18的公倍數中，最小的是36，我們稱36是12和18的**最小公倍數**。

**練習** 找出20和15的最小公倍數。

在第1章學過的質因數分解可以用來求最大公因數，也可以用來求最小公倍數。

**例2** 找出8和15的最小公倍數。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

先分別用短除法做8和15的質因數分解。

$$\begin{array}{l} 8 = 2 \times 2 \times 2 \\ 15 = 3 \times 5 \end{array}$$

8和15的公倍數的質因數分解至少要有3個2，以及1個3和1個5。

最小公倍數 =  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

**練習** 找出下列各組數的最小公倍數。

① 7和6

② 6和25

例2的8和15沒有共同的質因數，因此最小公倍數也可以寫成：

$$\text{最小公倍數} = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_8 \times \underbrace{3 \times 5}_{15} = 8 \times 15$$

如果兩數**互質**，他們的最小公倍數就等於兩數的乘積。

**例3** 找出9和4的最小公倍數。

最小公倍數： $9 \times 4 = 36$

因為9和4互質，所以他們的最小公倍數是9和4相乘。

**練習** 找出下列各組數的最小公倍數。

① 16和25

② 24和35

③ 84和55

**例4** 找出30和14的最小公倍數。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ & 5 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 14 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$14 = 2 \times 7$$

30和14的公倍數的質因數分解至少要有共同質因數2，另外還要有質因數3、5和7。

最小公倍數 =  $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

**練習** 找出下列各組數的最小公倍數。

① 4和6

② 16和24

**練習** 找出下列各組數的最小公倍數。

①  $2 \times 2 \times 3, 2 \times 3 \times 3$

②  $2 \times 3, 3 \times 5$

和最大公因數一樣，用短除法求兩數的最小公倍數時，可以將例4的兩個短除法合併在一起：

$$2 \mid \begin{array}{cc} 30 & 14 \\ \hline 15 & 7 \end{array}$$

15和7互質



也可以這樣想：  
 $30 = 2 \times 3 \times 5 = 2 \times 15$   
 $14 = 2 \times 7$   
 最小公倍數：  
 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2 \times 15 \times 7$

最小公倍數： $2 \times 15 \times 7 = 210$

**例5** 用短除法找出36和30的最大公因數和最小公倍數。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 & 30 \\ \hline 3 & 18 & 15 \\ & 6 & 5 \end{array}$$

6和5互質

$$36 = 2 \times 3 \times 6$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$



最大公因數： $2 \times 3 = 6$

最小公倍數： $2 \times 3 \times 6 \times 5 = 180$

**練習** 用短除法找出下列各組數的最大公因數和最小公倍數。

① 9和15

② 100和75

③ 49和98

**練習** 找出下列各組數的最大公因數和最小公倍數。

①  $2 \times 3 \times 3, 2 \times 5 \times 5$

②  $16 \times 9, 16 \times 16$

**例6** 在1~1000的整數中，找出16和25的所有公倍數。

因為16和25互質，所以它們的最小公倍數是 $16 \times 25 = 400$

16和25的公倍數都是最小公倍數的倍數。所以要先求出最小公倍數。

16和25在1000以內的公倍數有：400、800

## 2-4 解題

**例1** 一群小朋友排隊，每9人排成一排，或每15人排成一排，都剛好可以排完，這群小朋友至少有幾人？

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \ 15} \\ \underline{3 \ 5} \\ 3 \times 3 \times 5 = 45 \end{array}$$

人數是9和15的公倍數，所以最少是9和15的最小公倍數。



答：45人

**練習** 一些鉛筆，12枝裝成一盒，或15枝裝成一盒都可分完，這些鉛筆最少有幾枝？

**例2** 培文家和學英家分別每10天和每12天到大賣場採購一次，如果兩家今天都到大賣場採購，最快幾天後，兩家會在同一天到大賣場採購？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10 \ 12} \\ \underline{5 \ 6} \\ 2 \times 5 \times 6 = 60 \end{array}$$

最小公倍數：  
 $2 \times 5 \times 6 = 60$

培文家10天、20天、……後，而學英家12天、24天、……後，會到大賣場。所以要算10、12的最小公倍數。



答：60天後

**例3** 大華跑操場一圈要5分，建雄跑一圈要4分，兩人同時在起跑點開始跑，下次兩人在起跑點再相遇是幾分後？

5和4互質，它們的最小公倍數是  
 $5 \times 4 = 20$

當下次在起跑點相遇時，兩人都跑了操場的整數圈，所花的時間是5(分)的倍數，也是4(分)的倍數。

答：20分後

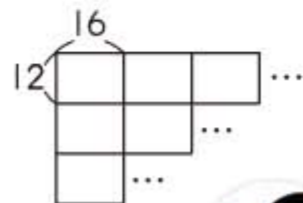
**練習** 1號公車每15分鐘開出一班，2號公車每18分鐘開出一班，如果兩公車現在同時開出，至少幾分後兩公車會再同時開出？



**例4** 像下圖一樣，用長、寬各為16公分、12公分的長方形拼成正方形，拼出最小的正方形邊長是幾公分？需要用到幾個長方形？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 12} \\ \underline{2 \ 8 \ 6} \\ 4 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 \times 3 \times 4 &= 48 \\ 48 \div 16 &= 3 \\ 48 \div 12 &= 4 \\ 3 \times 4 &= 12 \end{aligned}$$



最小正方形的邊長。

最小正方形的邊長是原長方形長的3倍，寬的4倍，因此需要 $3 \times 4$ 個長方形。

答：①48公分 ②12個

**練習** 像例4的排法，用長、寬各為25公分、20公分的長方形排成一個正方形，最少需要幾個長方形呢？



## 綜合練習 2



**例 5** 老師將參加校外教學的學生，每16位分成一組或每18位分成一組都會多出4位來，學生至少有幾位？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 18} \\ \underline{8 \ 9} \end{array}$$

最小公倍數： $2 \times 8 \times 9 = 144$

$$144 + 4 = 148$$

答：至少有148位學生

- 先算16和18的最小公倍數。
- 再算學生的人數。



**練習** 想將一些水果裝成禮盒，每18個裝成一盒或每24個裝成一盒都少4個，水果至少有幾個？

**例 6** 小明和小杰在比誰的卡片多。小明說他有15張，小杰說他的卡片是小華的4倍，也是小英的6倍，小杰的卡片一定比小明多嗎？為什麼？

小杰的卡片張數是4的倍數，也是6的倍數，所以他的卡片數是4和6的公倍數。

4和6的公倍數有：12、24、36、……

$12 < 15$ ， $24 > 15$ ，因此答案為不一定。



**1** 找出下列各組數的最大公因數。

① 60，96

② 64，45

③  $2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，  
 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$



**2** 找出下列各組數的最小公倍數。

①  $2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，  
 $2 \times 3 \times 3 \times 5$

② 12，25

③ 24，30



**3** 要將一個長、寬各為32公分和28公分的長方形，分割成一些同樣大小的正方形，最少可以分成幾個正方形？



**4** 六年甲班共有1號~34號的學生，某次數學小考，除了座號同時是2的倍數又是3的倍數的人不及格外，其他人都及格。此次小考有幾位學生不及格？

# 第 3 章 分數的除法

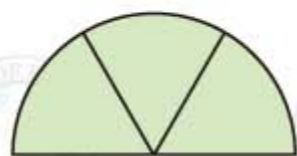
## 3-1 分數的除法

我們先複習分數除以整數，記得兩個整數相除是分數，  
例如： $4 \div 3 = \frac{4}{3}$ 。因為  $\frac{4}{3} = 4 \times \frac{1}{3}$ ，所以  $4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3}$ 。

同樣的，將  $\frac{1}{2}$  圓平分成 3 份，每一份是  $\frac{1}{2}$  圓的  $\frac{1}{3}$ ，

$$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

所以每一份是  $\frac{1}{6}$  圓。



**例 1**  $\frac{3}{4}$  瓶的汽水要平分給 3 人，每人分到幾瓶汽水？

$$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

除以 3 等於乘以  $\frac{1}{3}$

每人分到的是  $\frac{3}{4}$  瓶的  $\frac{1}{3}$ ，  
所以  $\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$



答：每人分到          瓶

**例 2** 紅繩長  $\frac{5}{3}$  公尺，黑繩長 5 公尺，紅繩長是黑繩長的幾倍？

$$\frac{5}{3} \div 5 = \frac{5}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{3}$$



答：         倍

例 2 算出紅繩長是黑繩長的  $\frac{1}{3}$  倍，我們可以用乘法驗算  
這個答案對不對：

$$5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

黑繩長的  $\frac{1}{3}$  倍果然是紅繩長，所以例 2 算出的答案是對的。

**練習** 算算看。

1  $\frac{4}{5} \div 3$

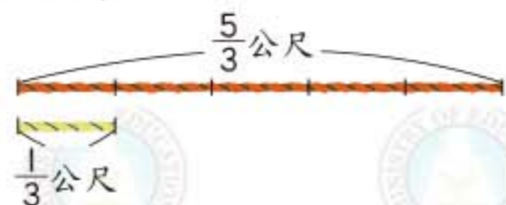
2  $2\frac{1}{4} \div 3$

3  $15 \div 12 \times 2$

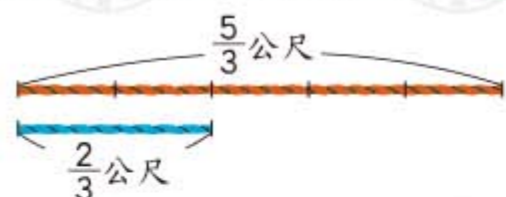
對一般分數的除法，我們先從同分母分數學起。

**例 3** 紅繩長  $\frac{5}{3}$  公尺，黃繩長  $\frac{1}{3}$  公尺，紅繩長是黃繩長的幾倍？藍繩長  $\frac{2}{3}$  公尺，紅繩長是藍繩長的幾倍？

1  $\frac{5}{3} \div \frac{1}{3} = 5$  5 個  $\frac{1}{3}$  是 1 個  $\frac{1}{3}$  的 5 倍。



2  $\frac{5}{3} \div \frac{2}{3} = 5 \div 2 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$   
5 個  $\frac{1}{3}$  是 2 個  $\frac{1}{3}$  的幾倍？可以想成 5 是 2 的幾倍。



答：紅繩長是黃繩的          倍，是藍繩的          倍

**例 4**  $\frac{5}{7} \div \frac{3}{7}$  是多少？ $\frac{5}{7} \div \frac{15}{7}$  是多少？

1  $\frac{5}{7} \div \frac{3}{7} = 5 \div 3 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$  5 個  $\frac{1}{7}$  是 3 個  $\frac{1}{7}$  的幾倍？  
可以想成 5 是 3 的幾倍。

2  $\frac{5}{7} \div \frac{15}{7} = 5 \div 15 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

練習 算算看。

1  $\frac{3}{2} \div \frac{1}{2}$

2  $\frac{6}{5} \div \frac{4}{5}$

3  $\frac{8}{11} \div \frac{16}{11}$

由例3和例4知道同分母分數相除，等於兩數的分子相除，例如：

$$\frac{14}{6} \div \frac{2}{6} = 14 \div 2 = 7$$

動動腦

$\frac{6}{5} \div \frac{4}{5}$  和  $\frac{6}{5} \times \frac{5}{4}$  的答案相等嗎？ $\frac{4}{5} \div \frac{6}{5}$  和  $\frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$  答案一樣嗎？

在做同分母相除時，有時會遇到像  $\frac{7}{3 \times 5} \div \frac{14}{3 \times 5}$  的算式，可以像下面的方式計算：

$$\frac{7}{3 \times 5} \div \frac{14}{3 \times 5} = 7 \div 14 = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

只要分母是相同（都是  $3 \times 5$ ）就好，不用算出  $3 \times 5$  是多少。

例5 計算下面各題。

1  $\frac{9}{6 \times 7} \div \frac{12}{6 \times 7}$   
 $= 9 \div 12 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

2  $\frac{3}{19 \times 39} \div \frac{4}{19 \times 39}$   
 $= 3 \div 4 = \frac{3}{4}$

練習 算一算。

1  $\frac{8}{12 \times 13} \div \frac{12}{12 \times 13}$

2  $\frac{9}{8 \times 6} \div \frac{3}{8 \times 6}$

當異分母相除時，可先通分成同分母再相除。

例6  $\frac{3}{4}$  是  $\frac{2}{5}$  的幾倍？ $\frac{9}{7}$  是  $\frac{11}{5}$  的幾倍？

1  $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$   
 $= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \div \frac{4 \times 2}{4 \times 5}$   
 $= \frac{15}{20} \div \frac{8}{20}$   
 $= 15 \div 8 = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

先將  $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2}{5}$  通分，分母為  $4 \times 5$ 。

也可以這樣想：

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \div \frac{4 \times 2}{4 \times 5} \\ &= (3 \times 5) \div (4 \times 2) \\ &= \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} \end{aligned}$$

2  $\frac{9}{7} \div \frac{11}{5}$   
 $= \frac{9 \times 5}{7 \times 5} \div \frac{7 \times 11}{7 \times 5}$   
 $= \frac{45}{35} \div \frac{77}{35}$   
 $= 45 \div 77 = \frac{45}{77}$

也可以這樣想：

$$\begin{aligned} \frac{9}{7} \div \frac{11}{5} &= \frac{9 \times 5}{7 \times 5} \div \frac{7 \times 11}{7 \times 5} \\ &= (9 \times 5) \div (7 \times 11) \\ &= \frac{9 \times 5}{7 \times 11} = \frac{9}{7} \times \frac{5}{11} \end{aligned}$$

動動腦

例6算出來的兩個答案對不對？分別用乘法驗算看看。

在例6的計算裡，我們發現一個規則：

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} \quad \text{除以 } \frac{2}{5} \text{ 等於乘以 } \frac{5}{2}$$

$$\frac{9}{7} \div \frac{11}{5} = \frac{9}{7} \times \frac{5}{11} \quad \text{除以 } \frac{11}{5} \text{ 等於乘以 } \frac{5}{11}$$

注意事項：P33、P34兩頁學習「異分母分數的除法」。

**例7**  $1\frac{1}{4}$  是  $\frac{1}{3}$  的幾倍？ $\frac{1}{5}$  是 5 的幾倍？ $\frac{6}{7}$  是  $1\frac{1}{5}$  的幾倍？

①  $1\frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$

先將  $1\frac{1}{4}$  化成假分數。

$= \frac{5}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{1}$

除以  $\frac{1}{3}$  等於乘以  $\frac{3}{1}$ ，也就是乘以 3。

$= \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

②  $\frac{1}{5} \div 5$  將除數 5 寫成  $\frac{5}{1}$

$= \frac{1}{5} \div \frac{5}{1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{1}{25}$

③  $\frac{6}{7} \div 1\frac{1}{5}$

$= \frac{6}{7} \div \frac{6}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{5}{6}$

$= \frac{5}{7}$

除以  $\frac{6}{5}$  等於乘以  $\frac{5}{6}$ 。

**練習** 算算看。

①  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$

②  $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$

③  $\frac{26}{5} \div \frac{39}{5}$

④  $1\frac{1}{3} \div 4$

⑤  $7 \div 2\frac{1}{3}$

⑥  $7\frac{1}{3} \div 7\frac{1}{3}$

**動動腦**

下面那些算式的值等於甲的 3 倍？

- ① 甲  $\times$   $\frac{1}{3}$     ② 甲  $\div$   $\frac{1}{3}$     ③ 甲  $\times$  3    ④ 甲  $\div$  3

兩個分數如  $\frac{6}{7}$  和  $\frac{7}{6}$ ，它們的分子和分母互相對調，我們稱這兩個分數互為倒數，例如  $\frac{6}{7}$  和  $\frac{7}{6}$  互為倒數。若將 10 看成  $\frac{10}{1}$ ，那麼 10 和  $\frac{1}{10}$  就互為倒數。

**例8** 求下列各數的倒數。

①  $9\frac{1}{4}$

$9\frac{1}{4} = \frac{37}{4}$

倒數是  $\frac{4}{37}$

② 0.25

$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

倒數是 4

**練習** 求下列各數的倒數。

①  $\frac{1}{5}$

②  $4\frac{1}{2}$

③ 0.125

**例9**  $\frac{6}{7}$  和那一數相乘是 1？0.5 和那一數相乘是 1？

$\frac{6}{7}$  和那一個數相乘是 1，明顯的可以用  $\frac{7}{6}$  來試試看。

①  $\frac{6}{7} \times \frac{7}{6} = 1$  不用  $1 \div \frac{6}{7}$  也可以找到答案。

②  $0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = 1$

答：①  $\frac{7}{6}$  ② 2

由例 9 知道，任何數和它的倒數相乘一定等於 1。

### 3-2 解題

在用除法解題時，倍數的觀念是很有用的，例如一件工程，大雄一天可以完成這件工程的 $\frac{1}{15}$ ，大雄要做多少天才可以完成 $\frac{1}{3}$ ？

這個問題可以想成 $\frac{1}{3}$ 是 $\frac{1}{15}$ 的幾倍？因此，

$$\frac{1}{3} \div \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

是說大雄要花1天的5倍時間，也就是5天才能完成 $\frac{1}{3}$ 。

**例1** 叮噹和他的朋友合買4張蔥油餅，全部分完，每人分到 $\frac{2}{3}$ 張，叮噹和他的朋友共有幾人？

$$4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$

可以想成：  
4是 $\frac{2}{3}$ 的幾倍。

答：共有\_\_\_\_\_人

**練習** 一群人共喝完3瓶可樂，每人喝 $\frac{1}{3}$ 瓶，這群人共有多少人？

**例2** 一桶米重17公斤500公克，每 $3\frac{1}{3}$ 公斤裝成1袋，全部裝完，這桶米可以裝成多少袋？

$$17\text{公斤}500\text{公克} = 17\frac{1}{2}\text{公斤}$$

$$17\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{3} = \frac{35}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

可以想成：  
 $17\frac{1}{2}$ 是 $3\frac{1}{3}$ 的幾倍。

答：\_\_\_\_\_袋

**練習** 一桶沙拉油有25公升，每 $3\frac{1}{2}$ 公升裝一瓶，全部裝完，共可裝成多少瓶？

**例3** 有一捆 $22\frac{1}{2}$ 公尺長的緞帶，每 $1\frac{1}{3}$ 公尺剪成一段，一段可以包裝一個禮盒，最多可以包裝幾個禮盒？剩下多少公尺？

$$22\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{3} = \frac{45}{2} \times \frac{3}{4} = 16\frac{7}{8}$$

16 $\frac{7}{8}$ 段表示可以剪成16段，剩下 $\frac{7}{8}$ 段。

$$1\frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

$\frac{7}{8}$ 段是1段的 $\frac{7}{8}$ ，也就是 $1\frac{1}{3}$ 公尺的 $\frac{7}{8}$ 倍。

答：最多可包\_\_\_\_\_個禮盒，剩下\_\_\_\_\_公尺

**練習** 一袋麵粉重25公斤，王先生做一整籠的饅頭要用 $2\frac{1}{3}$ 公斤的麵粉，一袋麵粉可做多少整籠的饅頭？還剩下多少公斤的麵粉？

**例4** 1包糖重 $1\frac{1}{2}$ 公斤，媽媽將其中的 $\frac{5}{6}$ 公斤裝成1罐。1罐糖是幾分之幾包？

$$\frac{5}{6} \div 1\frac{1}{2} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$$

可以想成：  
 $\frac{5}{6}$ 公斤是 $1\frac{1}{2}$ 公斤的幾倍。

答：\_\_\_\_\_包

**練習** 大、小長方形的面積分別是 $2\frac{1}{4}$ 平方公尺、 $\frac{3}{5}$ 平方公尺，小長方形面積是大長方形的幾分之幾？

**例5** 周叔叔跑1000公尺共花了 $4\frac{2}{3}$ 分鐘，他平均一分鐘跑多少公尺？

$$1000 \div 4\frac{2}{3} = 1000 \times \frac{3}{14} = \frac{1500}{7} = 214\frac{2}{7}$$

平均一分鐘跑的距離  
= 總距離 ÷ 分鐘數

答：\_\_\_\_\_公尺

**練習** 打開一個水龍頭， $1\frac{1}{5}$ 分鐘可以流出 $7\frac{1}{2}$ 公升的水，這個水龍頭平均一分鐘可以流出多少公升的水？

**例6** 一瓶牛奶，大華喝了這瓶牛奶的 $\frac{2}{7}$ ，小英喝了這瓶牛奶的 $\frac{1}{4}$ ，小英喝的牛奶是大華的幾倍？

$$\frac{1}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{1}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{8}$$

答：\_\_\_\_\_倍

**例7** 立芬買一本書花掉她全部錢的 $\frac{3}{8}$ ，買文具花掉她全部錢的 $\frac{1}{4}$ ，立芬買文具的錢是買書的幾倍？

$$\frac{1}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$$

將立芬全部的錢想成1，  
買書的錢是 $\frac{3}{8}$ ，買文具的錢是 $\frac{1}{4}$ 。

答：\_\_\_\_\_倍

**練習** 大華、小明和小英幫忙粉刷教室的牆壁，大華粉刷全部牆壁的 $\frac{2}{9}$ ，小明粉刷全部牆壁的 $\frac{1}{3}$ ，大華粉刷的牆壁是小明的幾倍？

**例8** 班長選舉時，佳佑的得票百分率是36%，敏文的得票百分率是60%，敏文得票數是佳佑的幾倍？

$$60\% \div 36\% = \frac{60}{100} \div \frac{36}{100} = \frac{60}{100} \times \frac{100}{36} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$36\% = \frac{36}{100}$ ， $60\% = \frac{60}{100}$   
可以想成：  
 $\frac{60}{100}$ 是 $\frac{36}{100}$ 的幾倍。

答：\_\_\_\_\_倍

**練習** 六年一班社團分組時，選羽毛球的人數和選棒球的人數占全班人數的比率分別是 $\frac{1}{5}$ 和 $\frac{1}{2}$ ，選棒球的人數是選羽毛球的幾倍？

### 3-3 乘除互逆

**例1** ( )中的數是多少？算算看。

①  $\frac{5}{6} \times ( ) = 3$

可以想成：  
3是 $\frac{5}{6}$ 的幾倍，用除法來算。

$$3 \div \frac{5}{6} = 3 \times \frac{6}{5} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

( )中的數是\_\_\_\_\_

② ( )  $\times 1\frac{5}{6} = \frac{1}{2}$

可以想成：  
被乘數 = 積  $\div$  乘數

$$\frac{1}{2} \div 1\frac{5}{6} = \frac{1}{2} \div \frac{11}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{11} = \frac{3}{11}$$

( )中的數是\_\_\_\_\_

**練習** ( )中的數是多少？算算看。

①  $8 \times ( ) = \frac{7}{3}$

② ( )  $\times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{3}$

**例2** ( )中的數是多少？算算看。

①  $\frac{7}{6} \div ( ) = \frac{6}{7}$

除數 = 被除數  $\div$  商

$$\frac{7}{6} \div \frac{6}{7} = \frac{7}{6} \times \frac{7}{6} = \frac{49}{36} = 1\frac{13}{36}$$

( )中的數是\_\_\_\_\_

② ( )  $\div \frac{10}{9} = \frac{9}{10}$

被除數 = 商  $\times$  除數

$$\frac{9}{10} \times \frac{10}{9} = 1$$

( )中的數是\_\_\_\_\_

**練習** ( )中的數是多少？算算看。

①  $3\frac{1}{3} \div ( ) = 2\frac{1}{2}$

② ( )  $\div 3\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

**例3**  $1\frac{2}{3}$ 的多少倍是 $2\frac{1}{3}$ ？多少的 $1\frac{1}{2}$ 倍是1？

① 可以想成  $1\frac{2}{3} \times ( ) = 2\frac{1}{3}$

$$2\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{3} = \frac{7}{3} \div \frac{5}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{3}{5} = 1\frac{2}{5}$$

② 可以想成 ( )  $\times 1\frac{1}{2} = 1$

$$1 \div 1\frac{1}{2} = 1 \div \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$$

**練習** 列式算算看。

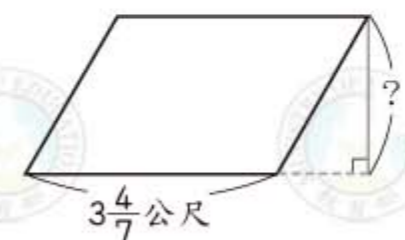
① 5的多少倍是 $\frac{1}{5}$ ？

② 多少的 $\frac{5}{9}$ 倍是1？

**例4** 面積為 $7\frac{1}{7}$ 平方公尺的平行四邊形，如果它的底是 $3\frac{4}{7}$ 公尺，高是多少公尺？

$$7\frac{1}{7} \div 3\frac{4}{7} = \frac{50}{7} \times \frac{7}{25} = 2$$

底  $\times$  高 = 平行四邊形面積  
 $3\frac{4}{7} \times$  高 =  $7\frac{1}{7}$



答：\_\_\_\_\_公尺

### 3-4 乘法與除法的應用

**例1** 王媽媽做了 $\frac{7}{8}$ 公升的檸檬汁，其中糖水占了 $\frac{3}{4}$ 公升，糖水占檸檬汁的比率是多少？

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{7} = \frac{6}{7}$$

• 比率 =  $\frac{\text{糖水}}{\text{檸檬汁}} = \text{糖水} \div \text{檸檬汁}$   
 • 比率 =  $\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$

答：糖水占的比率是\_\_\_\_\_

**練習** 一桶綜合果仁重 $1\frac{1}{2}$ 公斤，其中核桃有 $\frac{3}{5}$ 公斤，這桶綜合果仁中核桃占的比率是多少？

**例2** 一杯綜合果汁有 $\frac{4}{5}$ 公升，鳳梨汁占的比率是 $\frac{1}{3}$ ，這杯綜合果汁中鳳梨汁有多少公升？

$$\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

鳳梨汁 = 綜合果汁 × 比率

答：\_\_\_\_\_公升

**練習** 一包五穀米重 $2\frac{1}{2}$ 公斤，其中糙米占的比率是 $\frac{1}{4}$ ，這包五穀米中有多少公斤的糙米？

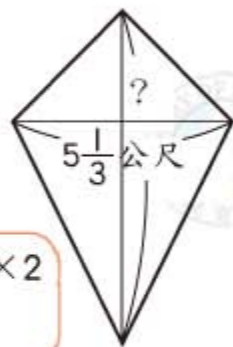
參考資料：市售的五穀米成分略有不同，大部分含有糙米、薏仁、黑糯米、燕麥、胚芽米……

等，作為主食營養豐富，有益健康。

**練習** 面積為16平方公尺的箏形，如果它的一條對角線長是 $5\frac{1}{3}$ 公尺，另外一條對角線是幾公尺？

兩對角線的乘積  $\times \frac{1}{2} =$  箏形面積

對角線長乘積 = 箏形面積  $\times 2$   
 $5\frac{1}{3} \times ( ) = 16 \times 2$



**例5** 體積為91立方公分的長方體，如果它的長和寬分別是 $6\frac{1}{2}$ 公分、 $3\frac{1}{2}$ 公分，高是多少公分？

長  $\times$  寬  $\times$  高 = 體積，先算長  $\times$  寬，再算高。

$$\text{長} \times \text{寬} : 6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{91}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{高} : 91 \div \frac{91}{4} \\ = 91 \times \frac{4}{91} \\ = 4 \end{aligned}$$

長  $\times$  寬  $\times$  高 = 體積  
 $6\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} \times \text{高} = 91$   
 $\frac{91}{4} \times \text{高} = 91$

答：\_\_\_\_\_公分

**練習** ( ) 中的數是多少？算算看。

1  $2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{5} \times ( ) = 7$

2 ( )  $\times \frac{6}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{8}$

**例3** 丁阿姨調了一瓶芭柳汁，其中芭樂汁的比率占 $\frac{3}{5}$ 。如果她用了 $\frac{3}{4}$ 公升的芭樂汁，這瓶芭柳汁有多少公升？

$$\frac{3}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{\cancel{3}^1}{4} \times \frac{5}{\cancel{3}_1} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

芭柳汁  $\times \frac{3}{5} = \frac{3}{4}$ ，用除法求芭柳汁的公升數。

答：\_\_\_\_\_ 公升

**練習** 一袋五穀米中，胚芽米占的比率是 $\frac{2}{7}$ 。如果胚芽米重 $\frac{5}{7}$ 公斤，這袋五穀米有多重？

**例4** 李爺爺有塊地，其中果園占了這塊地的 $\frac{5}{6}$ 。如果果園面積是 $4\frac{2}{7}$ 公頃，這塊地的面積是多少公頃？

$$4\frac{2}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{\cancel{30}^6}{7} \times \frac{6}{\cancel{5}_1} = \frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$$

土地的面積  $\times \frac{5}{6} = 4\frac{2}{7}$

答：\_\_\_\_\_ 公頃

**練習** 楊阿姨買了 $\frac{3}{4}$ 公斤的雞肉，要付120元，1公斤雞肉要多少元？

**例5** 一件工程每人每天可以完成 $\frac{1}{40}$ ，3人工作5天共可完成這件工程的幾分之幾？

$$\frac{1}{40} \times 3 \times 5 = \frac{1}{\cancel{40}_8} \times \cancel{15}^3 = \frac{3}{8}$$

3人工作5天完成的工程是1人1天完成工程的 $3 \times 5$ 倍。

答：完成這件工程的\_\_\_\_\_

**練習** 一件工程每人每天可以完成 $\frac{1}{210}$ ，20人做一星期，可以完成這件工程的幾分之幾？

**例6** 一件工程每人每天可以完成 $\frac{1}{120}$ ，5人需要幾天才能完成這件工程的 $\frac{1}{3}$ ？

$$\frac{1}{120} \times 5 = \frac{5}{120}$$

$$\frac{1}{3} \div \frac{5}{120} = \frac{1}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{120}^{40}}{5} = 8$$

先算5人一天完成幾分之幾？

$$\frac{5}{120} \times \text{天數} = \frac{1}{3}$$

答：\_\_\_\_\_ 天

**練習** 一件工程每人每天可以完成 $\frac{1}{110}$ ，11人需要幾天才能完成 $\frac{1}{2}$ ？



### 綜合練習 3



**例 7** 一件工程每人每天可以完成  $\frac{1}{80}$ ，想要 4 天完成  $\frac{1}{2}$ ，每天平均需要多少人工作？

$$\frac{1}{80} \times 4 = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{20} = \frac{1}{2} \times \frac{20}{1} = 10$$

1 人 4 天可完成  $\frac{1}{20}$ 。

1 人 4 天完成  $\frac{1}{20}$ ，  
多少人 4 天完成  $\frac{1}{2}$ ？

$$\frac{1}{20} \times \square = \frac{1}{2}$$

↑ 人數

答：\_\_\_\_\_ 人

**練習** 一件工程每人每天可以完成  $\frac{1}{60}$ ，想要 5 天完成  $\frac{1}{3}$ ，每天平均需要多少人工作？

**例 8** 計算下列各式。

①  $\frac{5}{12} \div \frac{10}{9} \div 3$

$$= \frac{5}{12} \times \frac{9}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$

②  $\frac{23}{24} \div \frac{23 \times 5}{6 \times 4}$

$$= \frac{23}{24} \times \frac{6 \times 4}{23 \times 5} = \frac{1}{5}$$

**練習** 計算下列各式。

①  $\frac{7}{16} \div 14 \div \frac{5}{4}$

②  $\frac{13}{24} \div \frac{13 \times 5}{3 \times 4}$

**1** 算算看。

①  $39 \div \frac{26}{7}$

②  $2\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{3}$

③  $7\frac{7}{8} \div 2\frac{1}{4}$

④  $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} \div \frac{2}{15}$

⑤  $4\frac{6}{7} \div \frac{4 \times 17}{7 \times 5}$

⑥  $3\frac{1}{7} \div 2\frac{3}{4} \times \frac{3}{8}$

**2** 寫出下列各數的倒數。

①  $\frac{3}{5}$

②  $\frac{3}{8}$

③  $\frac{7}{8}$

④  $\frac{9}{10}$

⑤ 5

⑥  $\frac{5}{3}$

⑦ 1

⑧  $1\frac{3}{4}$

**3** 寫出算式做做看。

① 學文和同學合買 3 個披薩，全部分完，每人分到  $\frac{3}{4}$  個，這 3 個披薩一共分給幾人？

② 小吃店買了一桶 12 公升的沙拉油，平均每天用掉  $1\frac{2}{5}$  公升，共可用多少天？剩下多少公升？

# 第4章 比、比值與正比

## 4-1 比和比值

在日常生活中，經常用**比**來表示**兩個數量的關係**。例如下面左圖的身高比是160:140，讀做「160比140」，其中160稱為這個比的前項，140稱為這個比的後項，「:」是比的記號。

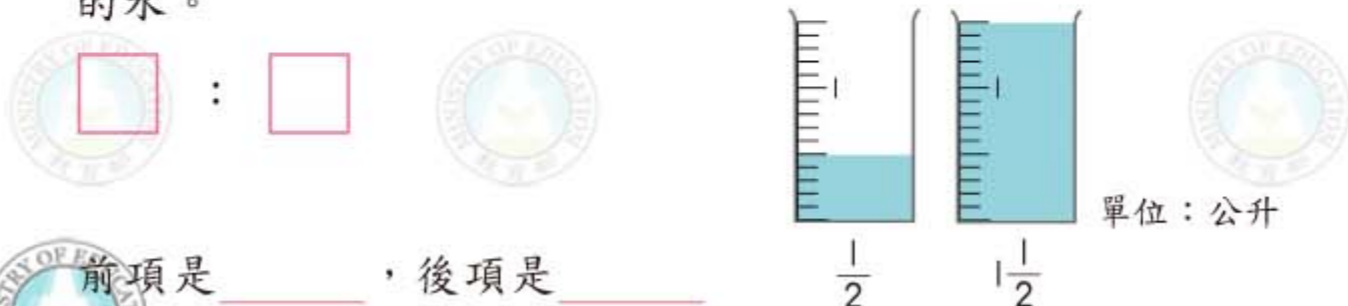


**練習** 用比表示下列各題的數量關係，並寫出其前項和後項。

- ① 有兩條緞帶，一條長120公分，另一條長80公分。



- ② 有兩個量杯，一杯裝了 $\frac{1}{2}$ 公升的水，另一杯裝了 $1\frac{1}{2}$ 公升的水。



在應用比的時候，我們常將比的前項除以後項，稱為這個比的**比值**。

$$120:80 \text{ 的比值是 } 120 \div 80 = \frac{120^3}{80_2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}:1\frac{1}{2} \text{ 的比值是 } \frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2_1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{比值} = \text{前項} \div \text{後項} = \frac{\text{前項}}{\text{後項}}$$

**例1** 建一打棒球，出場打擊80次，共擊出16支安打。安打數和總打擊數的比，可以怎麼記？比值是多少？

安打數：總打擊數 = 16:80

$16 \div 80 = 0.2$

答：① 16:80 ② 0.2

這個比值稱為**打擊率**，通常用小數表示。

**練習** 趙叔叔在銀行存100000元，期間是一年，利息是2500元。利息和存入金額的比，可以怎麼記？比值是多少？

你知道這個比值的名稱嗎？

**例2** 興臺國小六年級學生共有120人，五月一日出席人數為114人。出席人數和全年級人數的比怎麼記？比值是多少？

出席人數：全年級人數 = 114:120

$$114 \div 120 = \frac{114^{19}}{120_{20}} = \frac{19}{20}$$

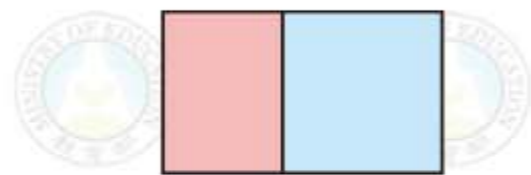
答：① 114:120 ②  $\frac{19}{20}$

例2的比值，可以想成**比率**。

**例3** 下圖紅色部分占長方形的 $\frac{3}{7}$ ，藍色部分占長方形的 $\frac{4}{7}$ ，紅色部分和藍色部分的比怎麼記？比值是多少？

$$\text{紅色部分} : \text{藍色部分} = \frac{3}{7} : \frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{7} \div \frac{4}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{4}$$



答：①  $\frac{3}{7} : \frac{4}{7}$  ②  $\frac{3}{4}$

**例4** 佳珍身高是140公分，志文身高是160公分，佳珍身高對志文身高的比怎麼記？比值是多少？反過來，志文身高對佳珍身高的比怎麼記？比值又是多少？

佳珍身高：志文身高 = 140 : 160

$$140 \div 160 = \frac{\cancel{140}^7}{\cancel{160}_8} = \frac{7}{8}$$

志文身高：佳珍身高 = 160 : 140

$$160 \div 140 = \frac{\cancel{160}^8}{\cancel{140}_7} = \frac{8}{7}$$

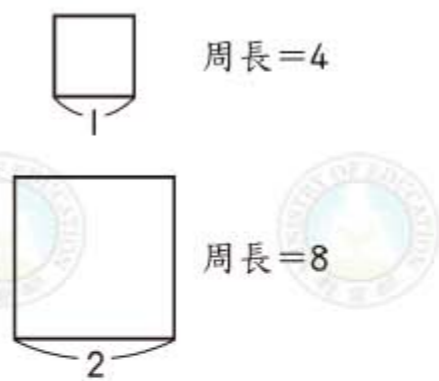
答：① 140 : 160 ②  $\frac{7}{8}$  ③ 160 : 140 ④  $\frac{8}{7}$

**練習** 林伯伯有一塊地，45%的面積種菜，30%種花，25%養雞。將菜園對花園寫成一個比，比值是多少？反過來，花園對菜園的比值又是多少？

由例3、4和練習知道，我們可以將比值想成前項是後項的多少倍。

## 4-2 相等的比 (1)

右邊有兩個正方形。其邊長對周長的比分別為1:4和2:8，而且比值都是 $\frac{1}{4}$ ，兩個比如果比值相等就稱為相等的比，例如1:4和2:8的比值都是 $\frac{1}{4}$ ，所以是相等的比，記成



$$1 : 4 = 2 : 8 \text{ 或者 } 2 : 8 = 1 : 4$$

**例1** 下列各題中的比是不是相等的比？

① 100 : 1, 1000 : 10

100 : 1的比值是100

1000 : 10的比值是 $\frac{1000}{10} = 100$

100 : 1 = 1000 : 10

② 2 : 3, 3 : 2

2 : 3的比值： $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

3 : 2的比值： $3 \div 2 = \frac{3}{2}$

2 : 3和3 : 2不是相等的比

**練習** 下列各題中的比是不是相等的比？

① 3 : 5, 12 : 20

②  $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ , 4 : 3

在上面，如果根據周長對邊長的比值都是4，也可以寫出相等的比  $4 : 1 = 8 : 2$  或  $8 : 2 = 4 : 1$ 。

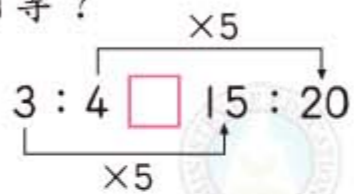
$$1 : 4 = 2 : 8$$

$$4 : 1 = 8 : 2$$

等號兩邊的比，前後項各自對調，還是相等的比。



3 : 4 這個比中，若將前、後項3、4各乘以5，得到的兩數比是否相等？

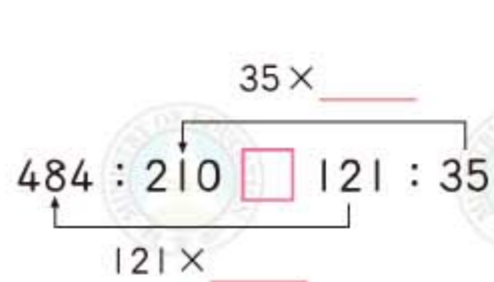
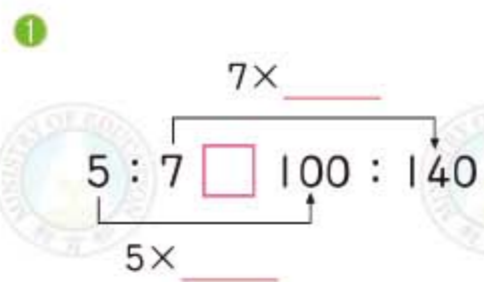


由於  $3 : 4 = \frac{3}{4}$ ， $15 : 20 = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{3}{4}$

所以  $3 : 4 \equiv 15 : 20$

利用上面「倍」的想法，可以找出很多相等的比。

**練習** 利用「倍」的想法，檢查下面各題的比是不是相等的比？若是，在□中填入=。



如果一個比的前項與後項都是整數而且互質，這樣的比叫做**最簡單整數比**。

**例2** 下列那一個比是最簡單整數比？

$1 : \frac{1}{2}$      $20 : 25$      $5 : 7$      $2.8 : 1.5$

先刪除前項或後項不是整數的比 →  $1 : \frac{1}{2}$ ， $2.8 : 1.5$

再看那一個比的前項和後項沒有互質 →  $20 : 25$

只剩下  $5 : 7$  是最簡單整數比。

20和25有最大公因數5。



**例3** 把下列各比化成最簡單整數比。

1  $12 : 30$

做法1

12和30的最大公因數是6

$12 \div 6 = 2$

$30 \div 6 = 5$

$12 : 30 = 2 : 5$

做法2

將比值化成最簡分數。

$12 \div 30 = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

$12 : 30 = 2 : 5$



2  $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$

做法1

$\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$

$= 10 : 12$

$= 5 : 6$

同乘以15化成整數比。

10和12的最大公因數是2。

做法2

$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$

$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = 5 : 6$

3  $3.6 : 0.8$

$3.6 : 0.8$

$= 36 : 8$

$= 9 : 2$

同乘以10化成整數比。

36和8的最大公因數是4。



**練習** 把下列各比化成最簡單整數比。

1  $15 : 20$

2  $\frac{5}{12} : \frac{5}{9}$

3  $0.5 : 0.35$

### 4-3 相等的比 (2)

我們可以用相等的比，解決下面這樣的問題：同樣的帽子，6頂賣690元，1150元可以買幾頂帽子呢？

如果用□表示1150元可以買的帽子頂數，由帽子頂數比價錢的方式，可以列成

$$\square : 1150 = 6 : 690$$

上面的□要填入多少呢？我們可以利用比值或倍數的概念來解決這個問題。

**例1** □中的數是多少？利用比值的想法算算看。

①  $\square : 15 = 2 : 3$

比值  $= 2 \div 3 = \frac{2}{3}$

$\square \div 15 = \frac{2}{3}$  □是被除數。

$\square = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

②  $4 : \square = 6 : 12$

比值  $= 6 \div 12 = \frac{1}{2}$

$4 \div \square = \frac{1}{2}$  □是除數。

$\square = 4 \div \frac{1}{2} = 4 \times 2 = 8$

例1的②也可以變成像①的形式，將  $4 : \square = 6 : 12$  改寫成  $\square : 4 = 12 : 6$ ，所以

$\square \div 4 = \frac{12}{6} = 2$  □是被除數。

$\square = 2 \times 4 = 8$

**練習** □中的數是多少？算算看。

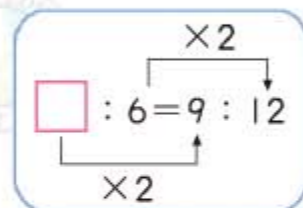
①  $\square : 3 = 5 : 15$

②  $5 : \square = 2 : 6$

③  $2 : 3 = 7 : \square$

**例2** □中的數是多少？利用倍數的想法算算看。

①  $\square : 6 = 9 : 12$

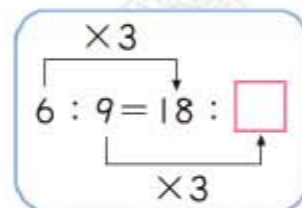


$12 \div 6 = 2$ ，所以

$\square \times 2 = 9$

$\square = 9 \div 2 = \frac{9}{2}$

②  $6 : 9 = 18 : \square$



$18 \div 6 = 3$

$\square = 9 \times 3 = 27$

③  $33 : \square = 3.3 : 0.5$

$33 \div 3.3 = 10$

$\square = 0.5 \times 10 = 5$

33是3.3的10倍，所以□是0.5的10倍。



**練習** □中的數是多少？算算看。

①  $7 : 4 = \square : 8$

②  $\square : 16 = 5 : 8$

③  $8 : \square = 24 : 1$

④  $1.9 : \square = 0.19 : 0.1$

**例3**  $\square$ 中的數是多少？算算看。

①  $96 : 144 = 10 : \square$

先把  $96 : 144$  化成最簡單整數比。

$$96 : 144 = 2 : 3$$

$$2 : 3 = 10 : \square$$

$10 \div 2 = 5$

$$\square = 3 \times 5 = 15$$

②  $\square : 15 = 80 : 48$

先把  $80 : 48$  化成最簡單整數比。

$$80 : 48 = 5 : 3$$

$$\square : 15 = 5 : 3$$

$15 \div 3 = 5$

$$\square = 5 \times 5 = 25$$

**練習**  $\square$ 中的數是多少？算算看。

①  $98 : 56 = \square : 12$

②  $68 : \square = 52 : 65$

**例4**  $\square$ 中的數是多少？算算看。

①  $1 : \square = \frac{6}{7} : \frac{3}{4}$

$$\square \times \frac{6}{7} = \frac{3}{4}$$

$$\square = \frac{3}{4} \div \frac{6}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{8}$$

②  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 27 : \square$

先把  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$  化成最簡單整數比。

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$$

$$3 : 2 = 27 : \square$$

$\times 9$

$$\square = 2 \times 9 = 18$$

**練習**  $\square$ 中的數是多少？算算看。

①  $\square : 1 = \frac{1}{8} : \frac{1}{6}$

②  $28 : \square = \frac{1}{6} : \frac{1}{14}$

## 4-4 解題

**例1** 大華班上男生人數和女生人數的比是  $8 : 6$ ，女生有 15 人，男生有幾人？

$$8 : 6 = \square : 15$$

用  $\square$  表示男生人數。

$$\square \div 15 = \frac{8}{6}$$

$$\square = \frac{8}{6} \times 15 = 20$$

$$\text{比值} = 8 \div 6 = \frac{8}{6}$$



答：20人

**練習** 一個長方形，長和寬的比是  $18 : 12$ ，如果寬是 150 公分，長是幾公分？

**例2** 哥哥和建明的體重比是  $18 : 15$ ，哥哥的體重是 60 公斤，建明的體重是幾公斤？

$$18 : 15 = 60 : \square$$

用  $\square$  表示建明體重。

$$18 : 15 = 6 : 5$$

$$60 \div 6 = 10$$

$$\square = 5 \times 10 = 50$$

$$6 : 5 = 60 : \square$$

$\times 10$



答：50公斤

**練習** 金桔檸檬茶中金桔汁和檸檬汁的比是  $4 : 1$ ，如果金桔汁用了 140 毫升，檸檬汁要用幾毫升？

**例3** 文英的哥哥今年得到的壓歲錢是1500元，哥哥想知道文英的壓歲錢是多少錢，爸爸說：「你的壓歲錢和文英的比是30：25」，文英的壓歲錢是多少元？

$$1500 : \square = 30 : 25$$

$$1500 \div 30 = 50$$

$$\square = 25 \times 50 = 1250$$

答：1250元

用  $\square$  表示文英的壓歲錢有幾元。

$$1500 : \square = 30 : 25$$

× 50



**例4** 小英買6瓶果汁，花了150元，小華花了200元可以買幾瓶？

$$6 : 150 = \square : 200$$

$$\text{比值} = 6 \div 150 = \frac{6}{150}$$

$$\square \div 200 = \frac{6}{150}$$

$$\square = \frac{6^2}{150} \times 200^4 = 8$$

答：8瓶

用  $\square$  表示200元買的瓶數。

$$6 : 150 = \square : 200$$

瓶數 價錢      瓶數 價錢



**練習** 一樣的魚罐頭，30罐重54公斤，多少罐魚罐頭合起來重45公斤？

**例5** 小玉買了一些冰棒共花了240元，小華買同樣的冰棒12枝共花了160元，小玉買了幾枝冰棒？

$$\square : 240 = 12 : 160$$

$$\text{比值} = 12 \div 160 = \frac{12}{160}$$

$$\square \div 240 = \frac{12}{160}$$

$$\square = \frac{12^6}{160} \times 240^3 = 18$$

答：18枝

小玉	小華
$\square : 240$	$12 : 160$
↓ 冰棒 價錢	↓ 冰棒 價錢

**練習** 王媽媽買了一些葡萄花了300元，李媽媽買同樣的葡萄4公斤一共花了240元，王媽媽買了幾公斤葡萄？

**例6** 佳霖和姊姊一起到銀行存錢，佳霖存入4000元，1年後得到利息75元。姊姊1年後得到利息120元，姊姊原來存入銀行多少錢？

$$4000 : 75 = \square : 120$$

$$\text{比值} = 4000 \div 75 = \frac{4000}{75}$$

$$\square \div 120 = \frac{4000}{75}$$

$$\square = \frac{4000^8}{75^{15}} \times 120 = 6400$$

答：6400元

$$4000 : 75 = \square : 120$$

↓ 原存款 利息      ↓ 原存款 利息



**練習** 嘉芳和哥哥到郵局存錢。嘉芳存2000元，1年後的利息是29元。哥哥存4000元，1年後的利息是多少元？

**例7** 6枝筷子和10枝吸管一樣長，幾枝筷子和15枝吸管一樣長？

$$6 : 10 = \square : 15$$

$$\text{比值} = 6 \div 10 = \frac{6}{10}$$

$$\square \div 15 = \frac{6}{10}$$

$$\square = \frac{6^3}{10^5} \times 15^3 = 9$$

答：9枝

$$6 : 10 = \square : 15$$

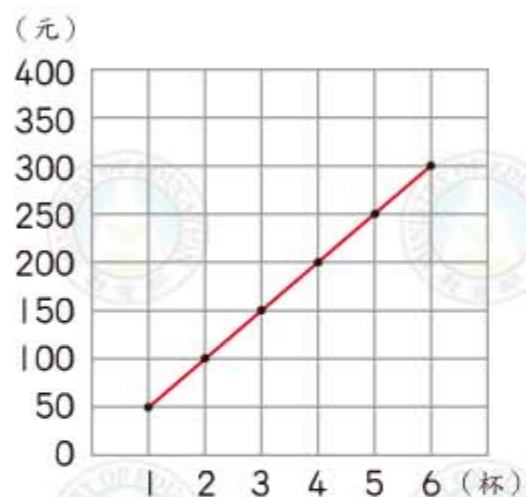
↓ 筷子數 吸管數      ↓ 筷子數 吸管數



## 4-5 正比

**例1** 飲料店老闆將木瓜牛奶的價錢和杯數做了一個簡單的關係表，並且依表畫了一個折線圖。

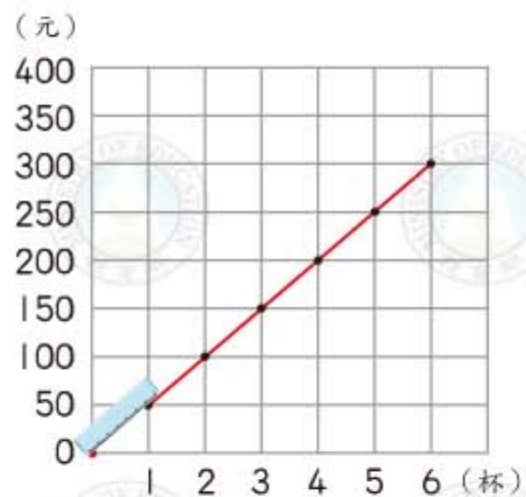
價錢	50	100	150	200	250	300
杯數	1	2	3	4	5	6



回答下面的問題。

① 把價錢對杯數的比值記錄在下表，這些比值相等嗎？

價錢	50	100	150	200	250	300
杯數	1	2	3	4	5	6
比值	50	50	50	50	50	50



② 價錢和杯數的關係式怎麼寫？

$$\text{價錢} = 50 \times \text{杯數}$$

③ 對於折線圖，你發現什麼？

各黑點所連成的線條是一條直線，並且延長後會通過左下方的紅點。

上表中，每一欄價錢和杯數所成的比都是相等的比，比值都是50(元/杯)。像這樣的情形，稱為價錢和杯數成正比，它們的關係式可以寫成

$$\text{價錢} = 50 \times \text{杯數}$$

將價錢和杯數畫成折線圖時，折線圖是一條直線，並且延長後會通過左下方的紅點。

**例2** 長方形的寬固定2公分，下面是長方形的面積和長的關係表，面積和長是不是成正比？若是，寫出它們的關係式。

比值都是2，所以面積和長成正比。

關係式是：面積 = 2 × 長

面積和長度的關係式。

面積 (cm <sup>2</sup> )	12	16	20	24	26
長 (cm)	6	8	10	12	13
比值	2	2	2	2	2

**練習** 依照正方形的邊長，寫出周長和面積。正方形的邊長和周長是否成正比？邊長和面積是否成正比呢？

▼ 正方形的邊長和周長的關係表

邊長 (cm)	5	10	15	20	25	30
周長 (cm)						
比值						

正方形的邊長和周長是否成正比？

▼ 正方形的邊長和面積的關係表

邊長 (cm)	5	10	15	20	25	30
面積 (cm <sup>2</sup> )						
比值						

正方形的邊長和面積是否成正比？



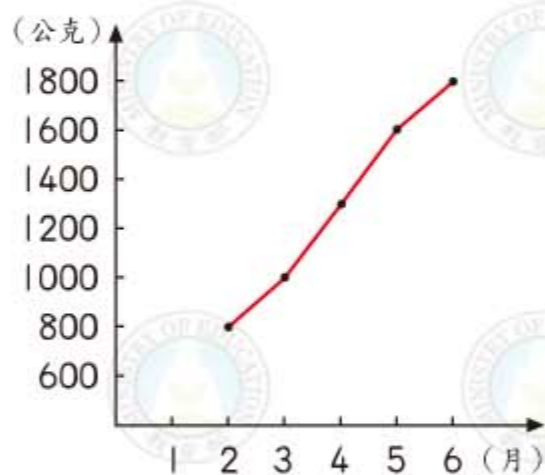
## 綜合練習 4



**例3** 下面是小文記錄小貓咪幾個月大的體重表，以及時間(月)和體重(公克)的折線圖，體重(公克)和時間(月)成正比嗎？

▼體重與時間的關係表

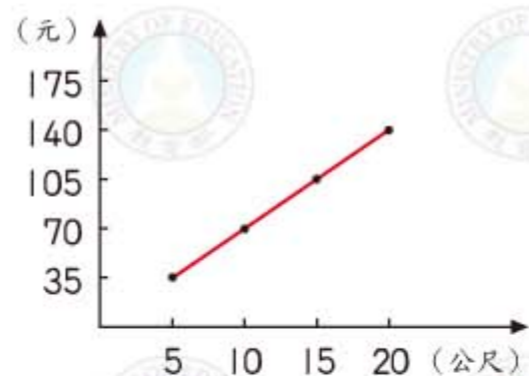
體重(公克)	800	1000	1300	1600	1800
時間(月)	2	3	4	5	6



各黑點所連成的線條不是直線，所以不用算出比值，就知道體重對時間不是成正比。

**練習** 下面是緞帶的長度和其價格的關係表以及折線圖，長度和價格成正比嗎？如果成正比，寫出價格和長度的關係式。

長度(公尺)	5	10	15	20
價格(元)	35	70	105	140



**例4** 一機器人走路的時間和路程成正比，請完成下表。

▼時間和路程的關係表

時間(分)		60	108
路程(公尺)	5	25	



因為成正比，所有的比都是相等的比

$$\square : 5 = 60 : 25$$

$\times 5$

$$\square = 60 \div 5 = 12$$

$$12 : 5 = 108 : \square$$

$$108 \div 12 = 9$$

$$\square = 5 \times 9 = 45$$

**1** 從下列各比中，找出相等的比。(不只一組喔！)

ㄅ. 5 : 8

ㄆ. 4 : 6

ㄇ. 12 : 20

ㄘ. 15 : 25

ㄎ.  $1 : 1\frac{1}{2}$

ㄨ. 20% : 32%

**2** 算出下列各比的比值。

① 30 : 42

②  $\frac{2}{3} : 4$

③  $1\frac{2}{5} : \frac{2}{3}$

**3** 周媽媽調製綜合果汁，用了紅蘿蔔汁 $\frac{1}{2}$ 公升、葡萄汁1公升和蘋果汁2公升。

① 紅蘿蔔汁對葡萄汁的比是( ) : ( )，比值是( )。

② 葡萄汁對蘋果汁的比是( ) : ( )，比值是( )。

③ 紅蘿蔔汁對蘋果汁的比是( ) : ( )，比值是( )。

**4** 我國國旗的長對寬的比是3 : 2，有一面國旗的寬是8公尺，長應該是多少公尺？

**5** 電動小汽車行走的時間和路程成正比，請完成下表。

時間(分)	10	12		20
路程(公尺)	15	18	27	

# 第 5 章 圖形的縮放

## 5-1 放大與縮小

例 1 說說看，圖 1、圖 2、圖 3 和原圖有什麼關係？

原圖



圖 1

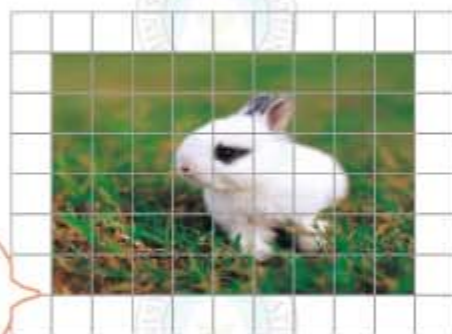


圖 1 的長是原圖長的 3 倍，寬是原圖寬的 2 倍。

圖 2



圖 2 的長是原圖長的 2 倍，寬是原圖寬的 3 倍。

圖 3

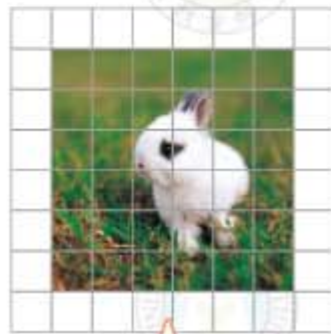


圖 3 的長和寬都是原圖的 2 倍。

像這樣，圖 3 稱為原圖的 2 倍放大圖；反過來說，原圖是圖 3 的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖。由上面的圖知道，只有將長和寬放大（或縮小）一樣倍數時，放大（或縮小）後的圖和原圖的形狀才會一樣。我們常用照相機來保存人物或風景的畫面，相片就是縮小圖。



例 2 甲、乙、丙三圖中，那一個是圖 1 的放大圖？那一個是縮小圖？並求出放大或縮小的倍數。



圖 1



甲圖

$$\begin{aligned} \text{甲圖：} & 8 \div 4 = 2 \text{ ----- 長} \\ & 4 \div 2 = 2 \text{ ----- 寬} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{乙圖：} & 2 \div 4 = \frac{1}{2} \text{ ----- 長} \\ & 1 \div 2 = \frac{1}{2} \text{ ----- 寬} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{丙圖：} & 5 \div 4 = \frac{5}{4} \text{ ----- 長} \\ & 2 \div 2 = 1 \text{ ----- 寬} \end{aligned}$$



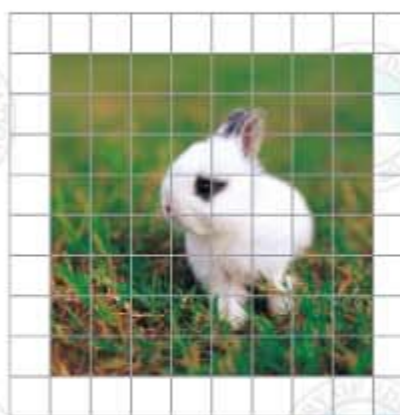
乙圖



丙圖

答：甲圖是圖 1 的 2 倍放大圖，乙圖是圖 1 的  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖。

練習 甲、乙、丙三圖中，那一個是例 1 圖 3 的縮小圖？並求出縮小的倍數。



甲圖

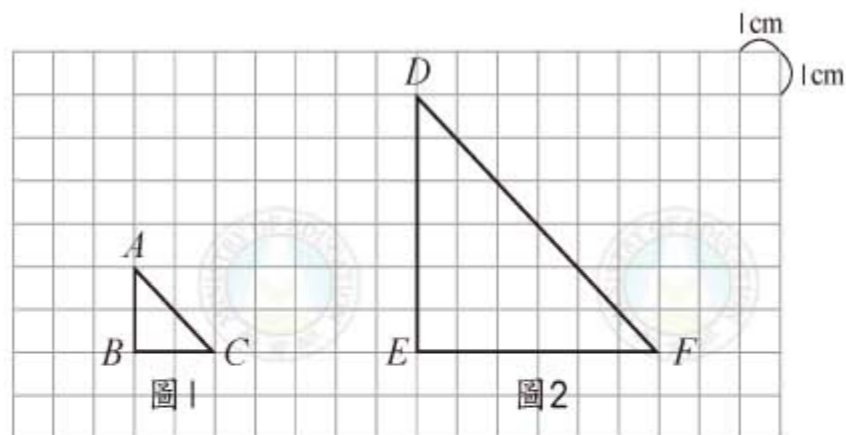


乙圖



丙圖

**例3** 圖1是一個直角三角形，將圖1以3倍放大影印成圖2。



①  $AB$ 邊和 $BC$ 邊都是2公分， $DE$ 邊、 $EF$ 邊長是幾公分？

$$DE邊 = 2 \times 3 = 6, EF邊 = 2 \times 3 = 6$$

答：都是          公分

② 用量角器量一量 $\angle A$ 和 $\angle D$ 各是幾度？它們會相等嗎？

$\angle A =$           ,  $\angle D =$           , 它們相等嗎？         

③ 圖2面積是圖1面積的幾倍？

$$\begin{aligned} \text{圖2面積} &= EF邊長 \times DE邊長 \times \frac{1}{2} \\ &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times \frac{1}{2} \\ &= 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \text{圖1面積} \times 9 \quad (3 \times 3 = 9) \end{aligned}$$

圖1面積

圖2面積是圖1面積的9倍

答：          倍

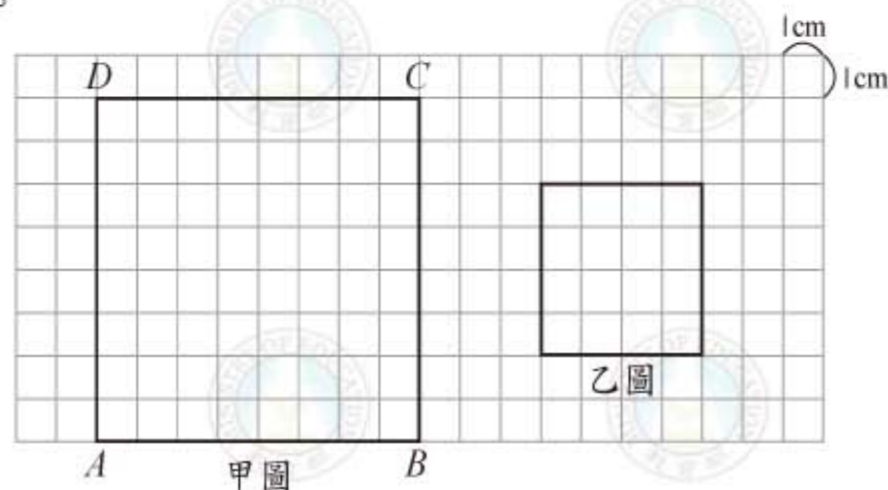
圖1的 $A$ 點，影印後是圖2的 $D$ 點，我們稱 $D$ 點是 $A$ 點的對應點， $\angle D$ 是 $\angle A$ 的對應角。 $E$ 點也是 $B$ 點的對應點， $DE$ 邊是 $AB$ 邊的對應邊。

由例3我們知道，圖形放大時，

- ① 對應角相等。
- ② 放大後的邊長 = 原邊長  $\times$  放大倍數
- ③ 放大後的面積 = 原圖形面積  $\times$  放大倍數  $\times$  放大倍數

同樣的，圖形縮小時，對應角、對應邊、對應的面積也有一樣的性質，只要將「放大」改成「縮小」就可以了。

**例4** 甲圖是邊長為8公分的正方形，將甲圖以 $\frac{1}{2}$ 倍縮小影印成乙圖。



① 乙圖的每邊長各是幾公分？乙圖的每個角各是幾度？

$$\text{每一邊長} = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (公分)}$$

每一個角 =  $\angle A = 90^\circ$  對應角相等。

② 縮小後的圖形是不是正方形？

答：          因為每邊長都是4公分，每個角都是直角，所以是正方形。

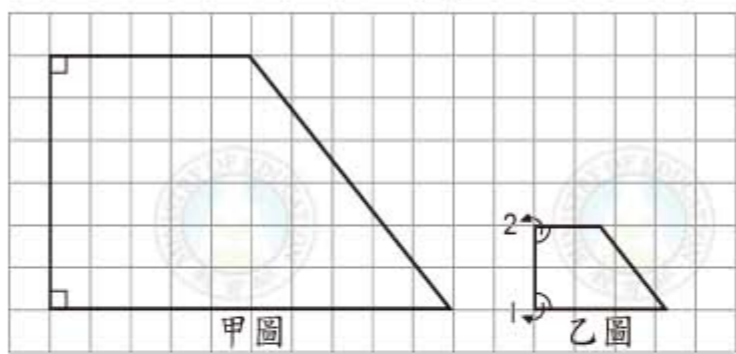
③ 甲圖的面積是64平方公分，乙圖的面積是多少？

乙圖面積 = 甲圖面積  $\times$  縮小倍數  $\times$  縮小倍數

$$= 64 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \overset{16}{\cancel{64}} \times \frac{1}{4} = 16$$

答：乙圖的面積是          平方公分

**練習** 甲圖為梯形，乙圖是甲圖的 $\frac{1}{3}$ 倍縮小圖。

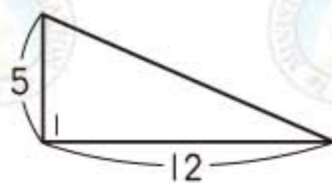


① 乙圖中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 各是幾度？

② 乙圖是不是梯形？為什麼？

③ 甲圖的面積是90平方公分，乙圖的面積是多少平方公分？

**例5** 右圖是某個直角三角形的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖， $\angle 1$ 是原圖的直角的對應角。求 $\angle 1$ 以及原圖的面積。



單位：公分

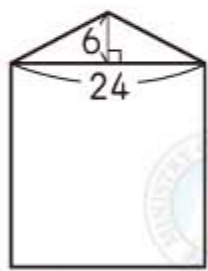
$$\angle 1 = 90^\circ$$

$$\frac{12 \times 5}{2} \times 2 \times 2 = 120$$

原圖的直角三角形是右圖的2倍放大圖。

答： $\angle 1$ 是 $90^\circ$ ，原圖面積是120平方公分

**練習** 右圖是一個正方形和等腰三角形拼成的圖形。將圖形放大50倍的面積是多少平方公尺？（1平方公尺=10000平方公分）



單位：公分



圖1

圖2

圖3

圓的放大圖或縮小圖都還是圓，上面的圖1是半徑為3公分的圓，而圖2是圖1的 $\frac{4}{3}$ 倍放大圖，圖2的半徑是 $3 \times \frac{4}{3} = 4$ 公分。同樣的，圖3是圖1的 $\frac{2}{3}$ 倍縮小圖，它的半徑是 $3 \times \frac{2}{3} = 2$ （公分）

扇形的放大圖或縮小圖仍然是扇形。



甲圖

乙圖

扇形放大(或縮小)時，圓心角不變。

**例6** 上面的甲圖是半徑9公分、圓心角 $30^\circ$ 的扇形，乙圖是甲圖的2倍放大圖，求乙圖的圓心角和半徑。

$$\text{圓心角} = 30^\circ$$

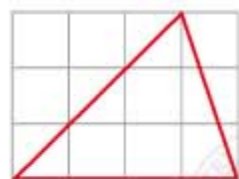
$$\text{半徑} = 9 \times 2 = 18 \text{ (公分)}$$

乙圖的圓心角是甲圖圓心角的對應角，對應角相等。

**練習** 有甲、乙兩圓，甲圓直徑為9公分，乙圓直徑為3公分，乙圓是甲圓的幾倍縮小圖？若丙圓的直徑是18公分，丙圓是甲圓的幾倍放大圖？

## 5-2 繪製放大圖與縮小圖

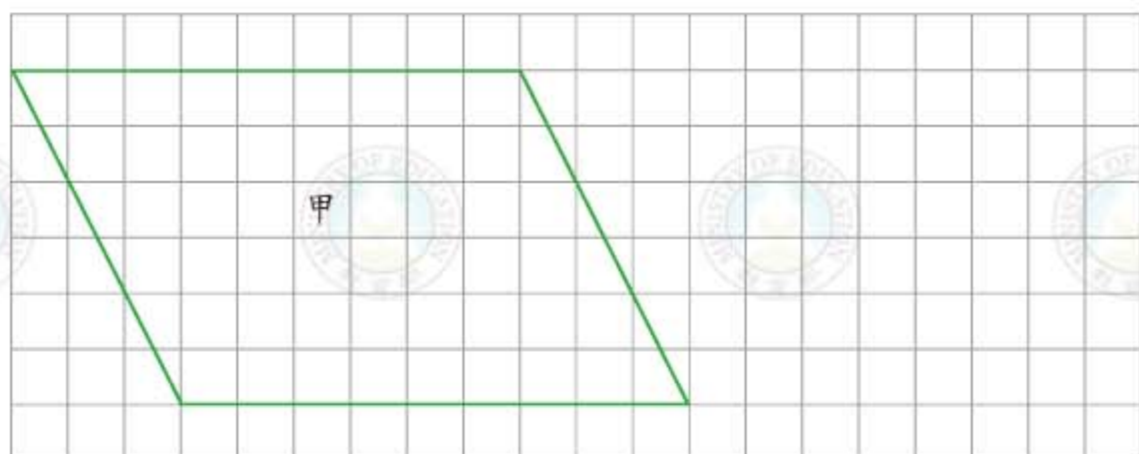
**例1** 在下面的方格中畫出右圖的2倍放大圖。



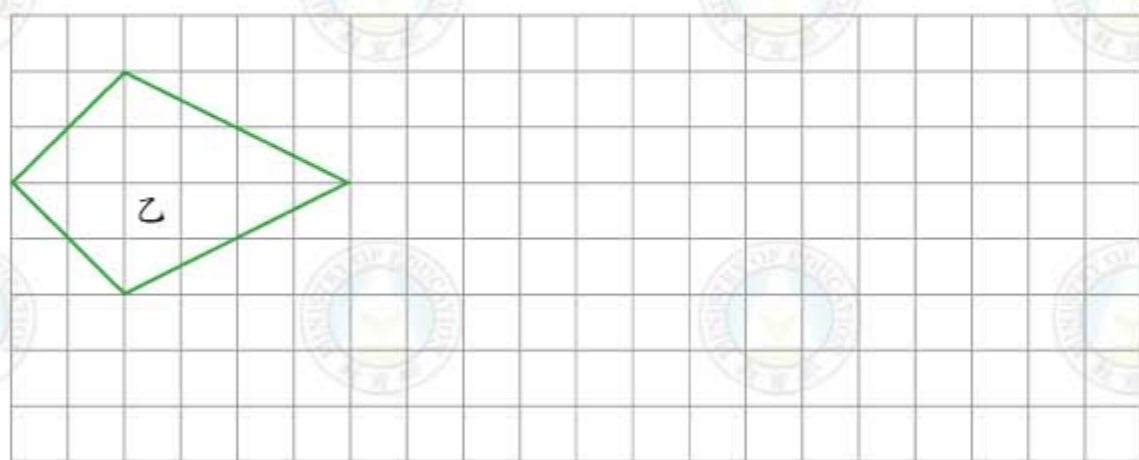
逐一點出與原圖相對應的頂點，並將頂點連線。



**練習** 在下面的方格中，畫出甲圖的 $\frac{1}{3}$ 倍縮小圖。



**練習** 在下面的方格中，畫出乙圖的2倍放大圖。



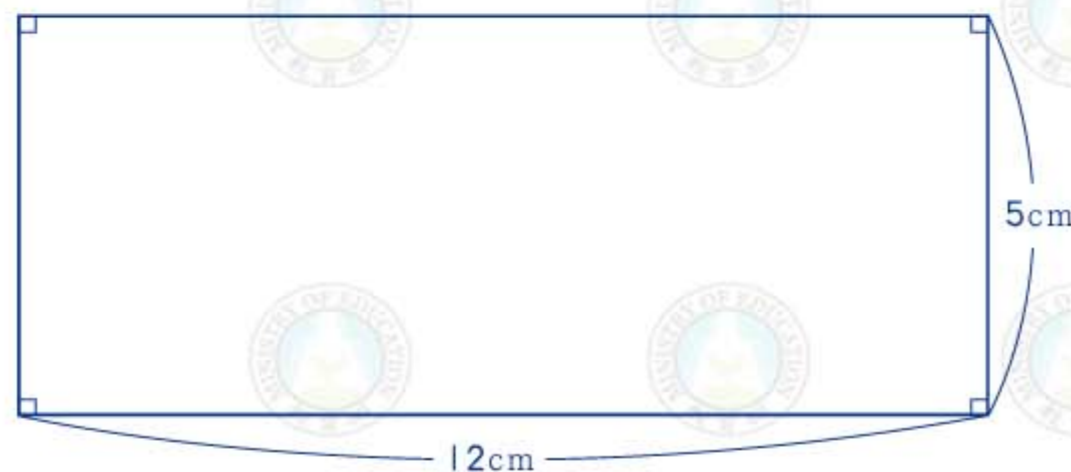
**例2** 有一個長、寬各是120公尺和50公尺的長方形，畫出這個長方形的 $\frac{1}{1000}$ 倍縮小圖。

120公尺 = 12000公分，50公尺 = 5000公分

縮小圖的長： $12000 \times \frac{1}{1000} = 12$

縮小圖的寬： $5000 \times \frac{1}{1000} = 5$

縮小圖：



**練習** 畫畫看。

① 有一個兩股為30公尺、10公尺的直角三角形，畫出這個直角三角形的 $\frac{1}{500}$ 倍縮小圖。

② 畫出邊長為25公尺的正三角形的 $\frac{1}{500}$ 倍縮小圖。

### 5-3 比例尺

**例1** 明德社區想要規劃一個長、寬各為200公尺、120公尺的長方形公園，下面是公園的縮小圖。



用尺量出縮小圖的長是10公分，寬是6公分。

上圖是公園的幾倍縮小圖？

$$200 \text{ 公尺} = 20000 \text{ 公分}$$

$$10 \div 20000 = \frac{1}{2000}$$

縮小圖的長是10公分，10公分是200公尺的……

答： $\frac{1}{2000}$ 倍

$$120 \text{ 公尺} = 12000 \text{ 公分}$$

$$6 \div 12000 = \frac{1}{2000}$$

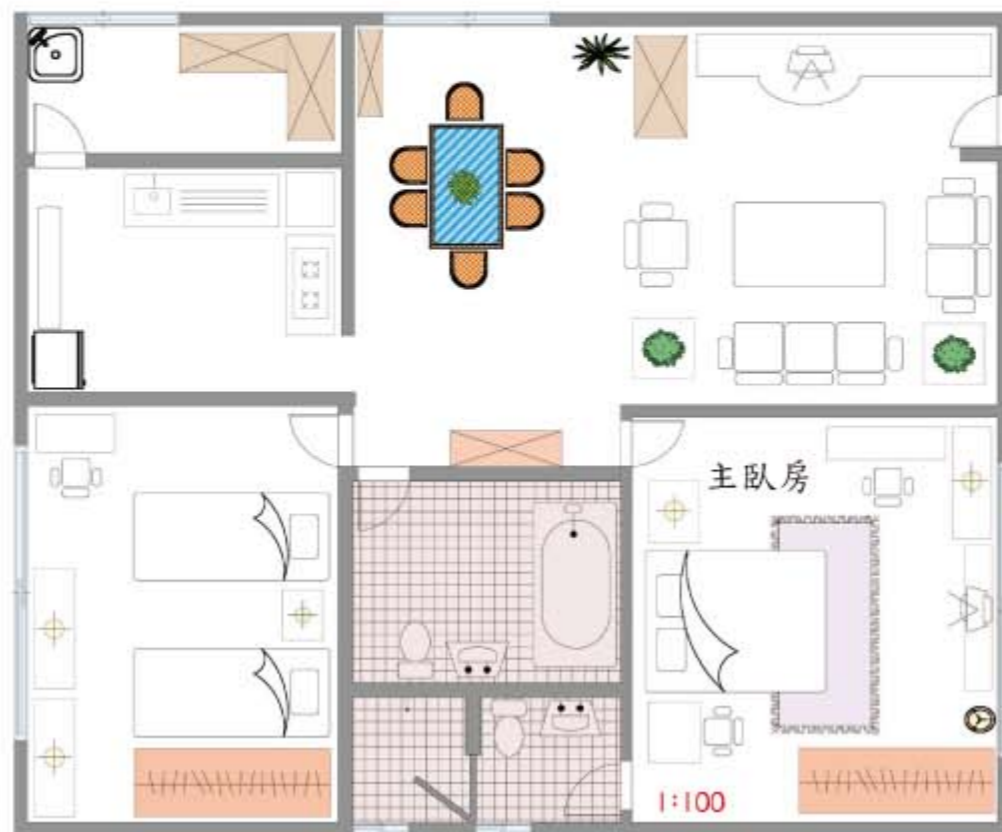
縮小圖的寬是6公分，6公分是120公尺的……

例1縮小圖裡的記號  $0 \quad 20 \quad 40(m)$ ，稱為比例尺。記號裡的1小格是1公分，實際的長度是20公尺；2小格是2公分，實際的長度是40公尺。因此

縮小圖的長度：實際長度 = 1：2000

1：2000或 $\frac{1}{2000}$ ，都是比例尺的一種表示法。

**例2** 這是沈媽媽家的裝潢設計圖。



比例尺1：100表示，這是縮小 $\frac{1}{100}$ 倍的圖。也就是圖面上長1公分，實際長度為100公分。

圖面上，沈家的長、寬各為12.2公分，9.9公分，沈家的面積實際上是多少平方公尺？

$$12.2 \times 9.9 \times 100 \times 100 = 1207800 \text{ (平方公分)}$$

$$1 \text{ 平方公尺} = 10000 \text{ 平方公分}$$

$$1207800 \div 10000 = 120.78$$

答：120.78平方公尺

放大後面積 = 原圖形面積 × 放大倍數 × 放大倍數

**練習** 承例2，主臥房的長、寬各為4.7公分、5.1公分，主臥房的面積實際上有多大？

**例3** 下面是某個鄉的地圖。回答下列問題。



這是幾倍的縮小圖？

沿著善心街從火車站到警察局的距離是多少公尺？

公園的面積是多少公畝？(1公畝=100平方公尺)

①  $100 \text{ 公尺} = 10000 \text{ 公分}$   
 $1 \div 10000 = \frac{1}{10000}$  (倍)

比例尺表示圖上1公分的長度，實際的長度是100公尺。

②  $1.8 + 2 + 3.2 = 7$  (公分)  
 $7 \text{ 公分} \times 10000$   
 $= 70000 \text{ 公分} = 700 \text{ 公尺}$

在圖裡，沿著善心街到警察局，3段直線是1.8cm、2cm、3.2cm。

③ 公園面積： $2.4 \text{ 公分} \times 1 \text{ 公分} \times 10000 \times 10000$   
 $= 240000000 \text{ 平方公分}$   
 $= 24000 \text{ 平方公尺} = 240 \text{ 公畝}$

在圖裡，公園是一個底為2.4cm，高為1cm的平行四邊形。

答：①  $\frac{1}{10000}$  倍 ② 700公尺 ③ 240公畝

**練習** 在上面的地圖中，火車站到鄉公所、消防隊的距離各是1.7公分和4.4公分，實際的距離各是多少公尺？

## 綜合練習5

**1** 下面乙、丙、丁三圖中，那一個是甲圖的放大圖？是幾倍的放大圖？



甲



乙



丙

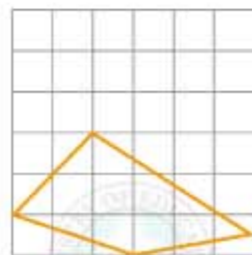


丁

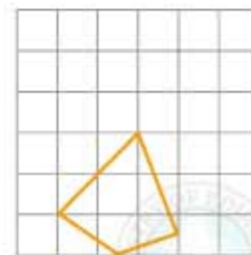
**2** 下面乙、丙、丁三圖中，那一個是甲圖的縮小圖？是幾分之幾的縮小圖？



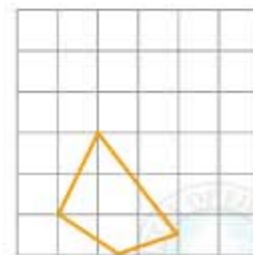
甲



乙



丙



丁

**3** 右圖是一個直角三角形，它的6倍放大圖的三個邊各是多少？放大圖裡與 $\angle 1$ 對應的角是幾度？

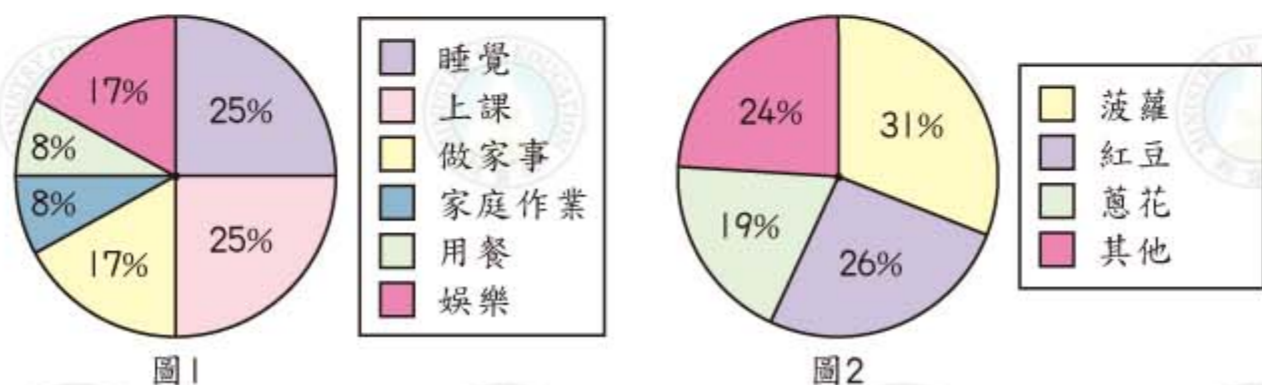


**4** 有一個正方形花園，每邊長是6公尺，畫出它的 $\frac{1}{120}$ 的縮小圖。

# 第 6 章 圓形圖

## 6-1 統計圖的用途

整理生活中的資料時，可以運用圓形圖來表示每日作息時間分配的百分率（圖1），麵包的銷售率（圖2）……等等。因為通常圓形圖都以比率或百分率來表示，所以很容易可以看出全體中每一部分所占的份量。



但是也有一些情形，使用圓形圖並不恰當，例如當要呈現資料增加或減少的現象，或是要表現一組數量依賴另一組數量的關係時，這兩種情況，使用折線圖才是比較好的資料呈現方式（圖3和圖4）。

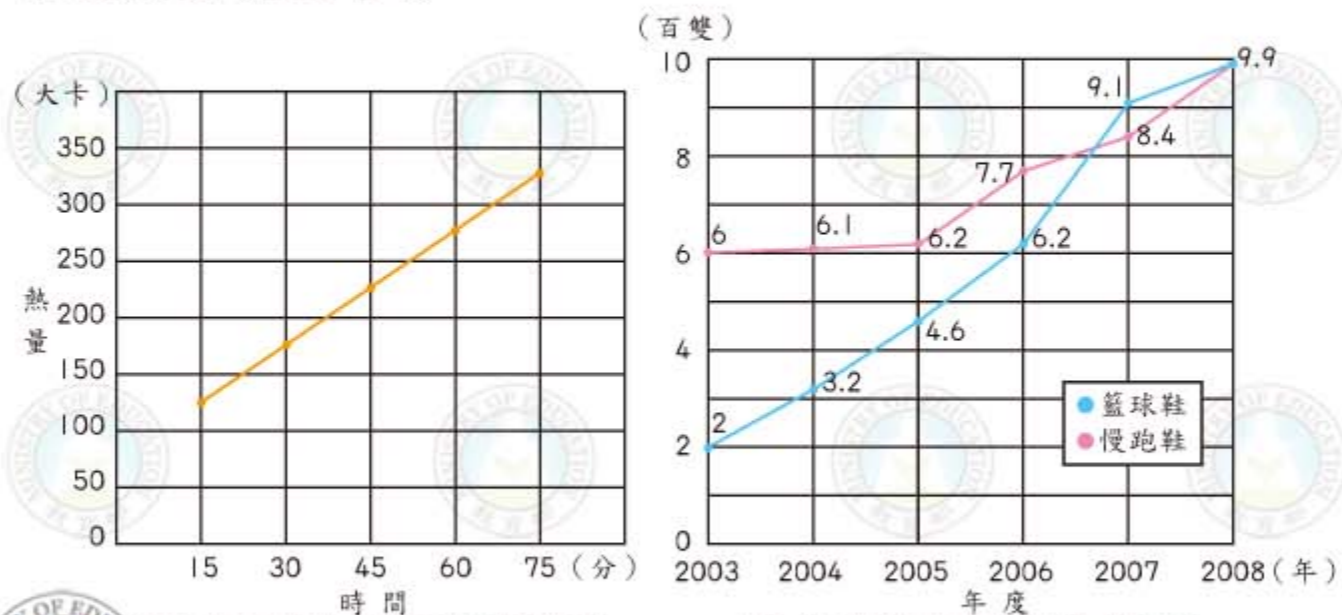


圖3 溜直排輪熱量消耗折線圖

圖4 鞋類年度銷售數量折線圖

練習 下表是1月1日~7日每日平均溫度統計表。

日期	1月1日	1月2日	1月3日	1月4日	1月5日	1月6日	1月7日
溫度(°C)	10	12	16	17	13	11	9

根據上表的資料完成下面的折線圖。



長條圖也是常用的統計圖。用等寬長方形的高度或長度來標示不同變項的數字值。長條圖中的長方形可以畫成垂直或水平方向，下面是用這兩種不同的長條圖來呈現相同的資料（圖5）。

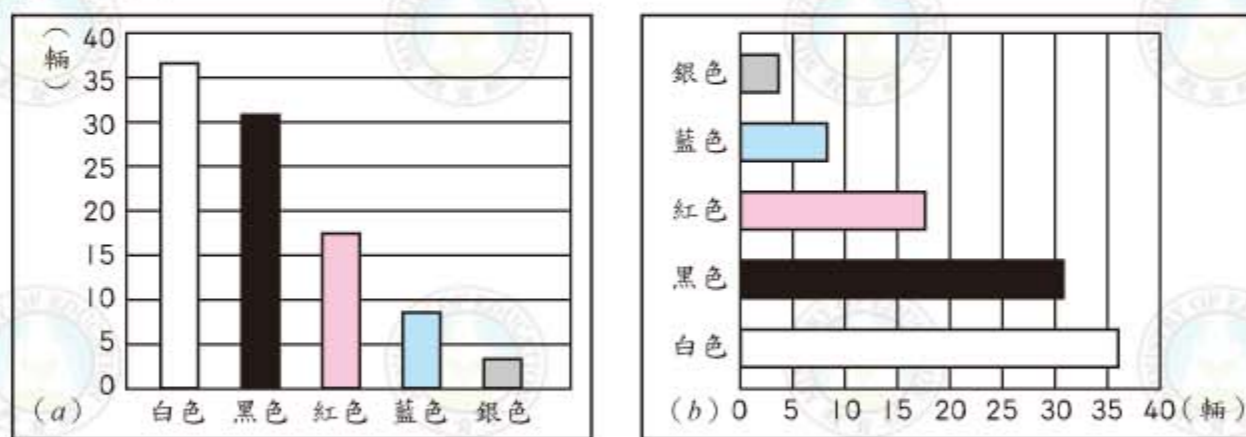


圖5 不同顏色汽車的銷售長條圖

上圖中，(a)是垂直長條，(b)是水平長條。

## 6-2 繪製圓形圖

**例1** 下表是調查學生心中首選寵物的統計表，表中的分數表示每一種寵物得票數占全部票數的比率。根據此表畫出圓形圖。

動物名稱	狗	貓	兔子	天竺鼠
比率	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$

狗占全部的比率是 $\frac{2}{5}$ ，表示它在圓形圖中是 $\frac{2}{5}$ 圓的扇形。

**第1步** 根據上表的比率，算出代表各種動物的扇形圓心角度數。

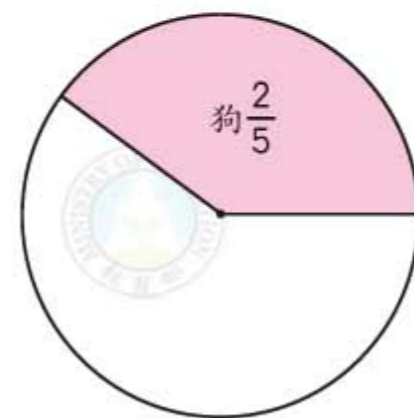
狗： $360^\circ \times \frac{2}{5} = 144^\circ$ ，圓心角 $144^\circ$ 。

貓： $360^\circ \times \frac{1}{4} = 90^\circ$ ，圓心角 $90^\circ$ 。

兔子： $360^\circ \times \frac{1}{5} = 72^\circ$ ，圓心角 $72^\circ$ 。

天竺鼠： $360^\circ \times \frac{3}{20} = 54^\circ$ ，圓心角 $54^\circ$ 。

**第2步** 根據各扇形的圓心角度數，完成圓形圖。

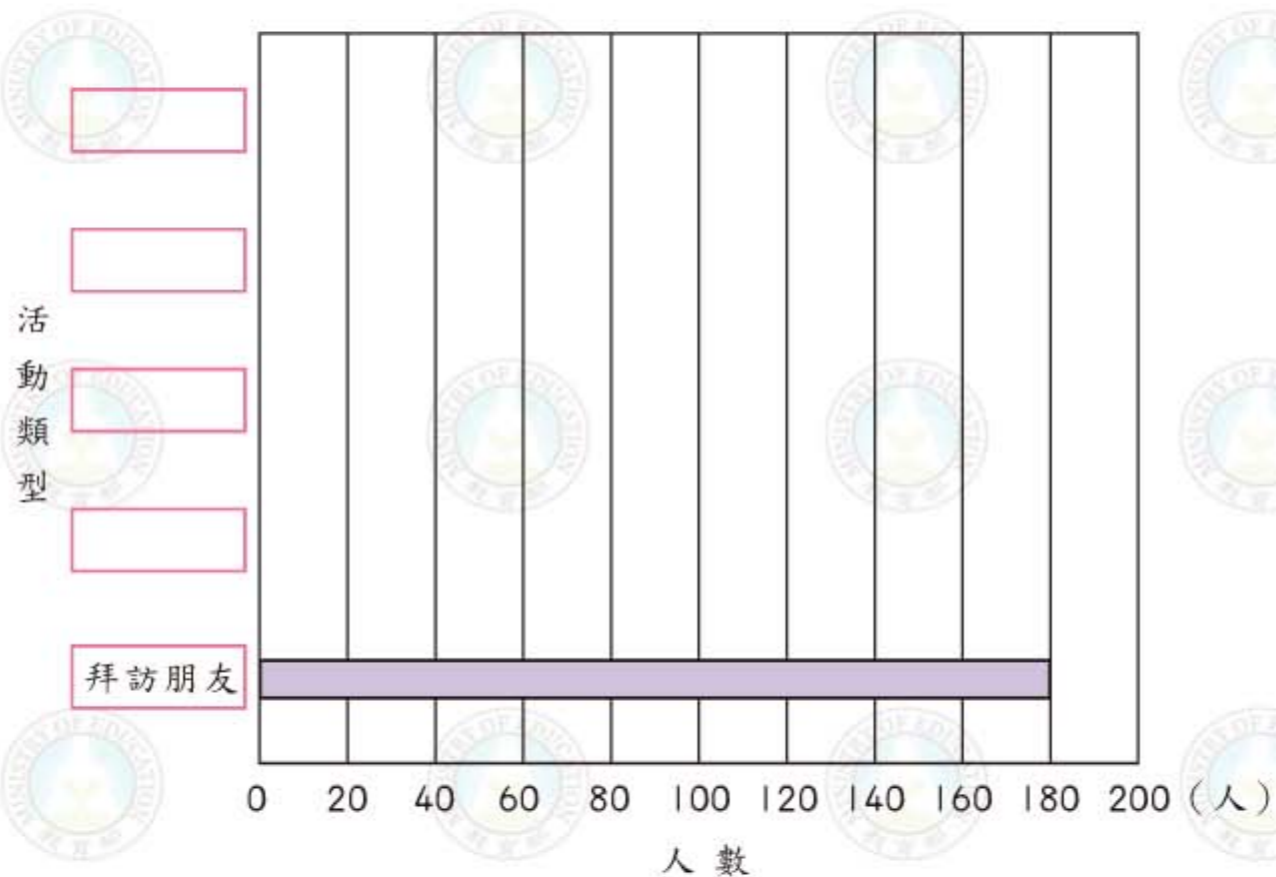


記得在各扇形中標出動物名稱和比率。

**練習** 下表是學生放學後最喜愛的活動統計表。

活動類型	拜訪朋友	講電話	運動	看電視	用電腦
人數(人)	180	160	120	120	70

根據上表的資料完成下面的長條圖。



但是我們無法從上一頁的長條圖看出單一顏色車子銷售量占總銷售量的比率，而這正是圓形圖的長處。後面兩節，我們將學會如何繪製圓形圖及應用圓形圖。

**例2** 下表是早餐店不同口味三明治一個月銷售率的統計表，根據此表畫出圓形圖。

口味	火腿	鮭魚	蔬菜	水果	奶油
銷售率	29%	12%	16%	33%	10%

第1步 根據上表的百分率，算出各扇形的圓心角度數。

(用四捨五入法將圓心角度數取概數到個位)

火腿： $360 \times 29\% = 104.4 \approx 104$ ，圓心角為 $104^\circ$ 。

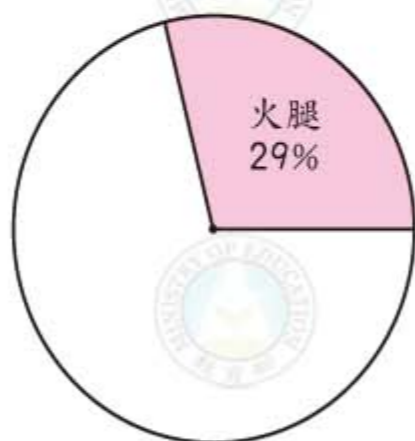
鮭魚： $360 \times 12\% = 43.2 \approx 43$ ，圓心角為 $43^\circ$ 。

蔬菜： $360 \times 16\% = 57.6 \approx 58$ ，圓心角為 $58^\circ$ 。

水果： $360 \times 33\% = 118.8 \approx 119$ ，圓心角為 $119^\circ$ 。

奶油： $360 \times 10\% = 36$ ，圓心角為 $36^\circ$ 。

第2步 根據各扇形的圓心角的度數，完成圓形圖。



除了標示「口味」外，也要將銷售率寫出來。

**例3** 下表是某部販賣機中，不同品牌綠茶售出的數量統計表，根據此表畫出圓形圖。

品牌	A	B	C	D	E
數量(瓶)	20	15	12	10	3

第1步 全部共賣出60瓶，先算出各品牌綠茶占全部的比率。

$$A: 20 \div 60 = \frac{20}{60}$$

$$B: 15 \div 60 = \frac{15}{60}$$

$$C: 12 \div 60 = \frac{12}{60}$$

$$D: 10 \div 60 = \frac{10}{60}$$

$$E: 3 \div 60 = \frac{3}{60}$$

第2步 根據各品牌綠茶所占比率，算出代表其扇形的圓心角度數。

$$A: 360^\circ \times \frac{20}{60} = 120^\circ$$

$$B: 360^\circ \times \frac{15}{60} = 90^\circ$$

$$C: 360^\circ \times \frac{12}{60} = 72^\circ$$

$$D: 360^\circ \times \frac{10}{60} = 60^\circ$$

$$E: 360^\circ \times \frac{3}{60} = 18^\circ$$

第3步 根據各扇形圓心角的角度，完成圓形圖。



**例4** 下表是調查50位民眾最喜歡的披薩口味統計表，根據此表畫出圓形圖。

披薩口味	海鮮	什錦	烤鴨	鮮蔬	合計
人數(人)	11	10	13	16	50

第1步 根據上表，算出各種口味披薩所占的百分率。

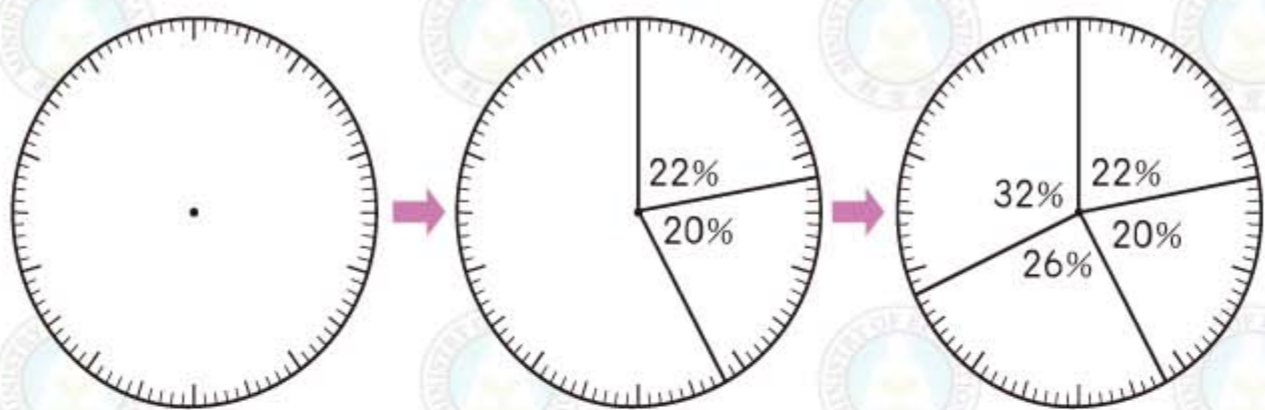
海鮮： $11 \div 50 = 0.22 =$  \_\_\_\_\_

什錦： $10 \div 50 = 0.2 =$  \_\_\_\_\_

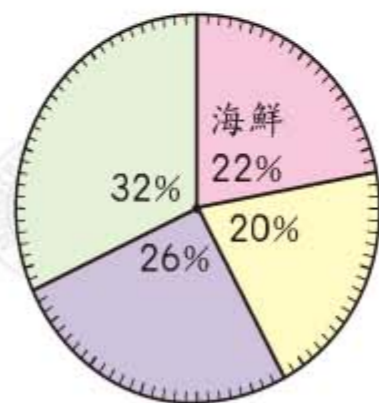
烤鴨： $13 \div 50 = 0.26 =$  \_\_\_\_\_

鮮蔬： $16 \div 50 = 0.32 =$  \_\_\_\_\_

第2步 將圓周分為100等分，每1等分表示1%，再依序畫出22%、20%、26%、32%。



第3步 依照百分率填入海鮮、什錦、烤鴨、鮮蔬。



**例5** 下表是綜合果汁的成分統計表。

成分	西瓜汁	胡蘿蔔汁	鳳梨汁	番茄汁	合計
重量(克)	216	60	150	84	510

第1步 算出各項成分所占的百分率。  
(用四捨五入法取概數到小數點後第2位)

西瓜汁： $216 \div 510 = 0.423\cdots \approx 0.42 =$  \_\_\_\_\_

胡蘿蔔汁： $60 \div 510 = 0.117\cdots \approx 0.12 =$  \_\_\_\_\_

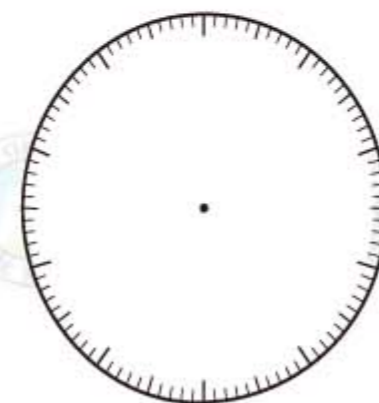
鳳梨汁： $150 \div 510 = 0.294\cdots \approx 0.29 =$  \_\_\_\_\_

番茄汁： $84 \div 510 = 0.164\cdots \approx 0.16 =$  \_\_\_\_\_

第2步 算算看，各項成分重量占總重量的百分率合起來是100%嗎？

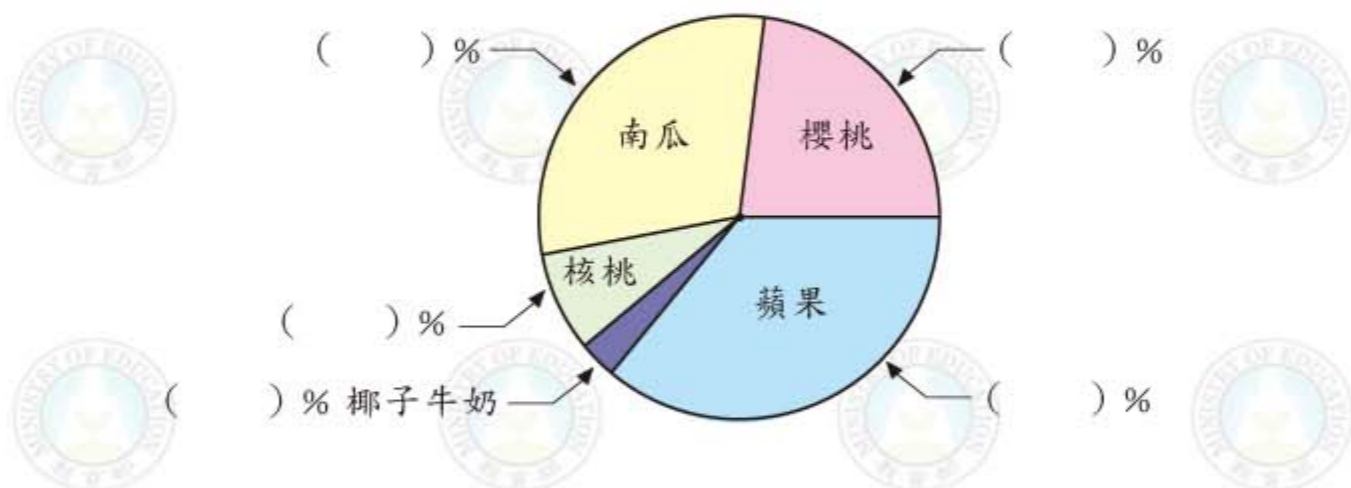
第3步 如果不滿100%，在百分率占最多的西瓜汁加1%，42%變成43%。

第4步 根據各項成分重量占總重量的百分率，完成圓形圖。



### 6-3 解題

**例1** 下面是艾老爸派店調查一些顧客偏好的口味所畫出來的圓形圖。



回答下面的問題：

- ① 如果這五種口味的派所占百分率分別為23%、30%、8%、36%、3%，請將百分率填入上面的括號中。



各色塊面積的大小和百分率有何關係？

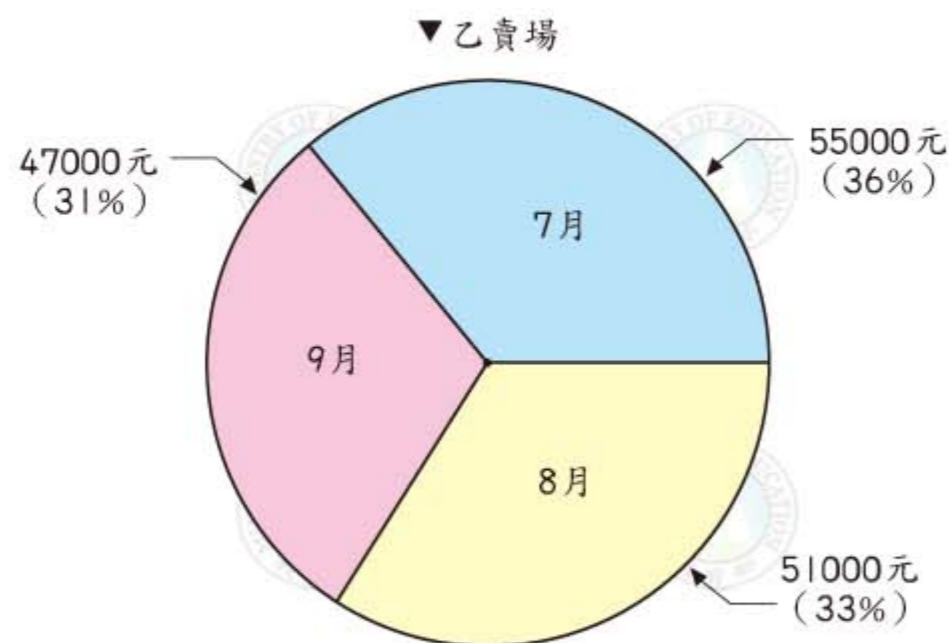
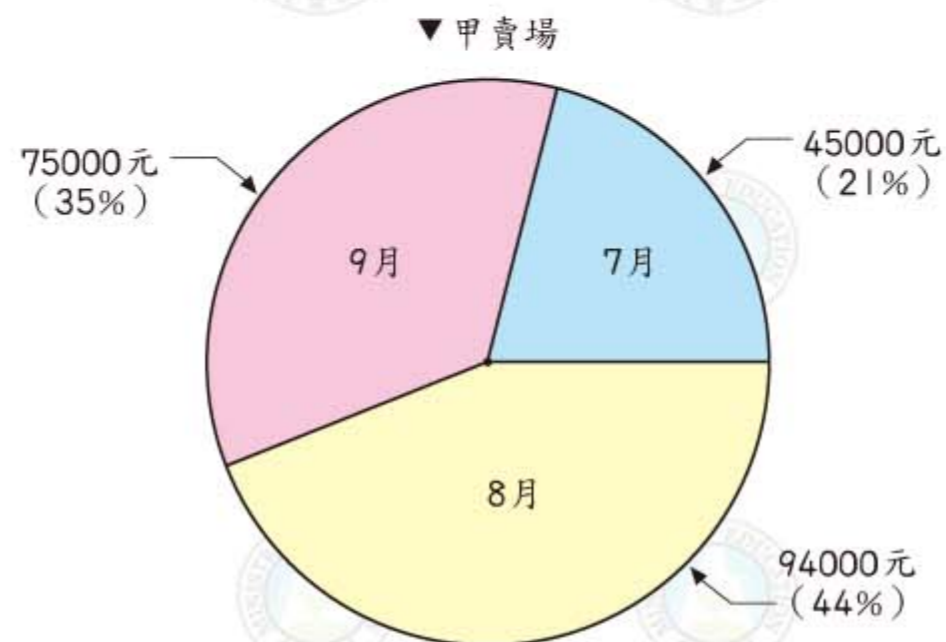
- ② 喜歡蘋果口味的人數是喜歡南瓜口味的幾倍？

用除法求出蘋果口味是南瓜的幾倍。

- ③ 如果喜歡核桃口味的顧客有24人，請問艾老爸派店這次調查的顧客總人數有幾人？

把問題想成  
 $24 \div \square = \text{核桃口味所占的百分率}$ ，  
 其中  $\square$  是調查的顧客總人數。

**例2** 環球牌電扇在甲和乙兩個賣場都有展售，下面是7~9月這兩個賣場各自的銷售圓形圖。為了解7~9月電扇的總銷售情形，製造商想要將兩個圓形圖合併成一個，請依次頁步驟依序完成合併的圓形圖。



## 綜合練習 6

第1步 先分別將單月分兩賣場的銷售金額合併，最後算出兩家賣場7~9月共賣出多少金額。

$$7月：45000 + 55000 = 100000$$

$$8月：94000 + 51000 = 145000$$

$$9月：75000 + 47000 = 122000$$

$$7月 + 8月 + 9月 = 100000 + 145000 + 122000 = 367000$$

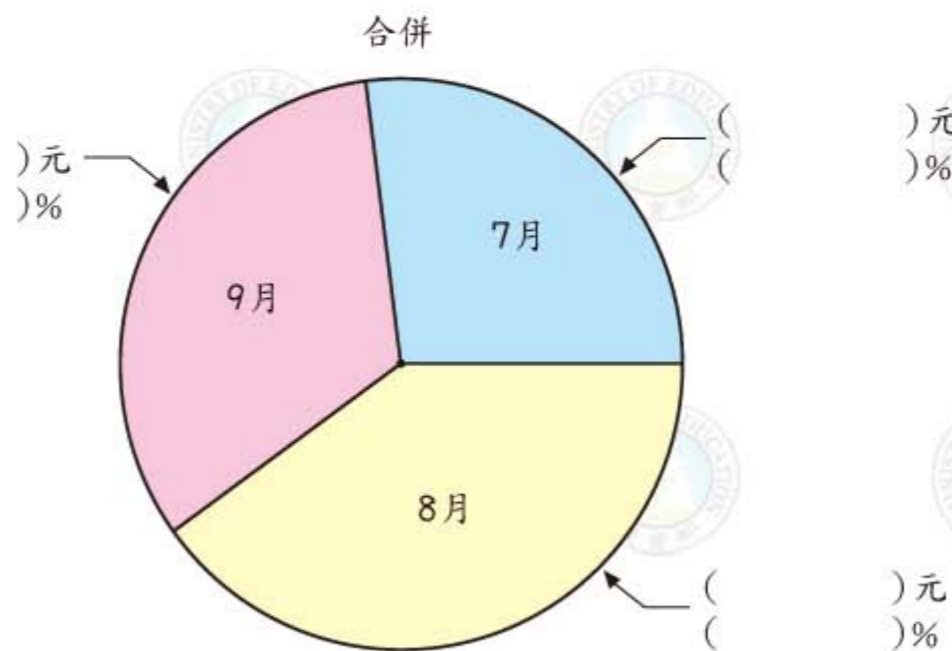
第2步 再算出每個單月分銷售金額占總銷售金額的百分率。  
(用四捨五入法取概數到百分位，再化做百分率)

$$7月：100000 \div 367000 \approx 0.27 = 27\%$$

$$8月：145000 \div 367000 \approx 0.40 = 40\%$$

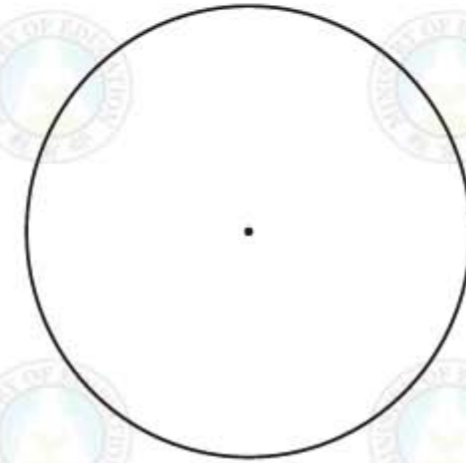
$$9月：122000 \div 367000 \approx 0.33 = 33\%$$

第3步 將前兩步得到的資料填入合併的圓形圖中。

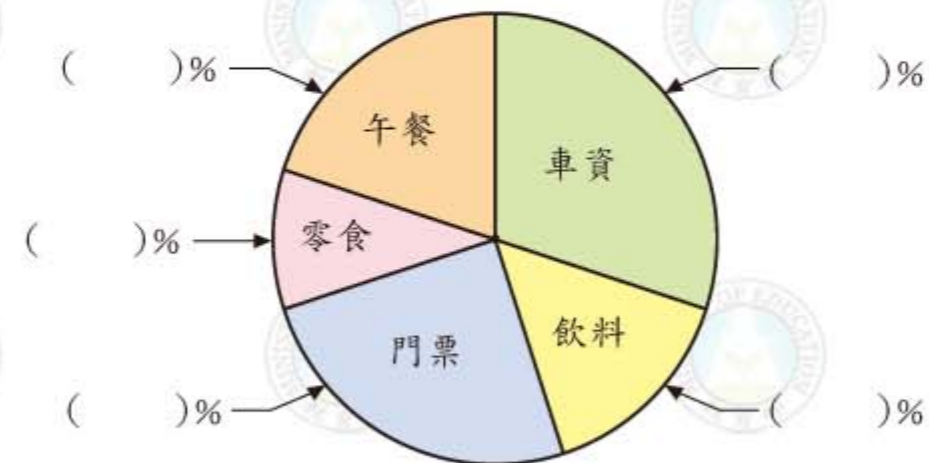


1 豐年糧行買進各種雜糧共300公斤，下表是各個雜糧的重量，根據此表畫出圓形圖。

名稱	大豆	黃豆	綠豆	紅豆	薏仁	大麥
重量(kg)	30	90	75	25	50	30



2 下面是小杰到水上樂園遊玩一日花費的圓形圖。如果圖中五項花費所占的百分率分別為20%、30%、15%、25%、10%，請將百分率填入下面的括號中。



# 第7章 小數的除法

## 7-1 小數除以小數

**例1** 有一條長25.2公尺的細繩，每2.8公尺剪成一段，一共可以剪成幾段？

<p><b>做法1</b></p>  <p>25.2公尺是252個0.1公尺，每28個0.1公尺剪成一段，所以是</p> $252 \div 28 = 9 \text{ (段)}$	<p><b>做法2</b></p>  $\begin{aligned} 25.2 \div 2.8 \\ = \frac{252}{10} \div \frac{28}{10} \\ = 252 \div 28 \\ = 9 \text{ (段)} \end{aligned}$
---	--

上面兩種做法，都將計算看成 $252 \div 28$ 的問題，因此我們可以寫成如下的直式計算：

$$2.8 \overline{)25.2} \quad \rightarrow \quad 2.8 \overline{)25.2} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 9 \\ 2.8 \overline{)25.2} \\ \underline{25.2} \\ 0 \end{array}$$

除數2.8是一位小數，所以計算時先將2.8和25.2的小數點都往右移一格。

$25.2 \div 2.8$  可以看成  $252 \div 28$

答：9段

**練習** 用直式算算看。

①  $4.5 \div 1.5$

②  $12.5 \div 0.5$

**例2** 將一桶32.64公升的沙拉油，每3.2公升裝成1瓶，全部裝完，共可裝幾瓶？答案用小數表示。

$$3.2 \overline{)32.64} \quad \rightarrow \quad 3.2 \overline{)32.64} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 10.2 \\ 3.2 \overline{)32.64} \\ \underline{32} \phantom{0} \\ 64 \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$$

3.2是一位小數，要將3.2和32.64的小數點往右移一格。

32.64 ÷ 3.2 可以看成 326.4 ÷ 32

答：10.2瓶

1. 先將除數中的小數點劃去變成整數，再按照除數的小數位數移動被除數的小數點。
2. 商的小數點要與移動後被除數的小數點對齊。

**例3** 用直式計算  $8 \div 1.25$ 。

$$1.25 \overline{)8} \quad \rightarrow \quad 1.25 \overline{)8.00} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 6.4 \\ 1.25 \overline{)8.00} \\ \underline{7.50} \phantom{0} \\ 500 \\ \underline{500} \\ 0 \end{array}$$

1.25是二位小數，將1.25和8的小數點往右移二格，8後面補2個0。

$8 \div 1.25$  可以看成  $800 \div 125$

**練習** 用直式做做看。

①  $52 \div 2.08$

②  $3.96 \div 6.6$

③  $9.1 \div 3.25$

## 7-2 解題

**例1** 要將1瓶0.9公升的果汁，倒在容量是0.36公升的杯子裡，共可倒幾杯？

$$\frac{0.9}{0.36} = 0.9 \div 0.36 = 2.5$$

可以想成：  
瓶子容量是杯子容量的幾倍。



答：2.5杯

**練習** 一包鹽重1.6公斤，一包糖重1.2公斤，一包糖是一包鹽的幾倍重？

**例2** 調配一瓶1.6公升的綜合果汁，要用到0.64公升的葡萄汁，葡萄汁占綜合果汁的比率是多少？

$$\frac{0.64}{1.6} = 0.64 \div 1.6 = 0.4$$

答：0.4

葡萄汁比率 =  $\frac{\text{葡萄汁公升數}}{\text{綜合果汁公升數}}$

**練習** 一杯奶茶有0.45公升，其中牛奶放了0.081公升，牛奶占奶茶的比率是多少？

**例3** 李爺爺住院一個月，體重變成原來的92%，他現在的體重是69公斤，李爺爺原來體重是幾公斤？

$$69 \div 0.92 = 75$$

92% = 0.92  
原來體重 × 0.92 = 69



答：原來體重是75公斤

**練習** 六年甲班自己帶便當的學生占全班學生的比率是0.3，如果自己帶便當的學生共有9位，六年甲班共有多少位學生？

**例4** 同樣的空油箱，汽油1公升30.8元時，加滿油箱要1386元，當汽油漲到每公升31.5元時，加滿油箱要花多少錢？

$$1386 \div 30.8 = 45$$

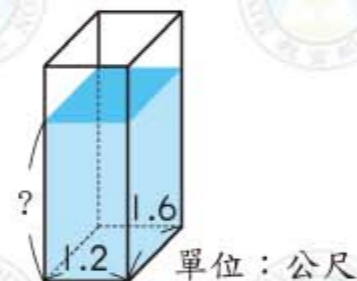
30.8 × 公升數 = 1386

$$31.5 \times 45 = 1417.5$$

再算共要幾元。

答：1417.5元

**例5** 將4320公升的水倒到如右圖的長方體容器內，容器內部的長為1.2公尺、寬為1.6公尺，求水高。



$$1 \text{ 立方公尺} = 1000 \text{ 公升}$$

$$4320 \text{ 公升} = 4.32 \text{ 立方公尺}$$

$$4.32 \div 1.6 \div 1.2 = 2.25$$

答：2.25公尺

水高 × 1.2 × 1.6 = 4.32  
水高 = 4.32 ÷ 1.6 ÷ 1.2



### 7-3 單位換算

我們已經學過了很多的公制單位，不過因為文化、地緣或歷史的原因，日常生活還會用到一些其他的單位，這些單位的使用與換算也很重要，剛好可以當做小數計算的應用。

例如臺灣從日據時代留下來使用台尺的習慣，台尺有時也簡稱為「尺」。

$$1 \text{公尺} \approx 3.3 \text{台尺}$$

**例1** 有一座廟，廊柱的高度是3.6公尺，3.6公尺大約是多少台尺？

$$3.3 \times 3.6 = 11.88$$

答：11.88台尺

3.6公尺是1公尺的3.6倍。



**例2** 一個書櫃高6台尺，這個書櫃大概高幾公尺？（用四捨五入法取商的概數到小數第1位）

$$6 \div 3.3 = 1.818181 \dots \approx 1.8$$

答：約1.8公尺

因為1公尺 = 3.3台尺，  
可以想成

$$\begin{array}{ccc} 3.3 : 1 = 6 : \square \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{台} \quad \text{公} \quad \text{台} \quad \text{公} \\ \text{尺} \quad \text{尺} \quad \text{尺} \quad \text{尺} \end{array}$$



**練習** 做做看。

① 2.5公尺約等於多少台尺？

② 12台尺約多少公尺？（用四捨五入法取商的概數到小數第1位）

注意事項：教師布題與評量時，請提供單位換算表觀覽，不需強迫學生死記。

**練習** 一個空油箱容量是62.5公升，加滿油要1875元，現在只加油40公升，要多少元？

在應用小數除法時，有時必須處理有餘數的問題。

**例6** 媽媽買了2公斤的麵粉，做1張蔥油餅用掉0.16公斤，最多可做幾張蔥油餅？剩下幾公斤的麵粉？

$$\begin{array}{r} 12 \\ 0.16 \overline{) 2.00} \\ \underline{16} \phantom{0} \\ 40 \\ \underline{32} \\ 0.08 \end{array}$$

可以想成：  
200個0.01公斤，每16個0.01公斤做1張餅，共做12張，還剩下8個0.01公斤，因此餘數是0.08公斤。



答：最多可做 12 張蔥油餅，剩下 0.08 公斤的麵粉

餘數的小數點要和被除數原來的小數點對齊。

**動動腦**

例6的除法算式要怎麼驗算？

**練習** 做做看，並做驗算。

① 有20公升的果汁，每 $1\frac{1}{5}$ 公升裝1瓶，可裝幾瓶？還剩幾公升？

先將 $1\frac{1}{5} = 1.2$ ，  
再做計算。

② 每個小籠包的肉餡是0.035公斤，1公斤肉餡可以包幾個小籠包？還剩下多少公斤的肉餡？

注意事項：有餘數的小數除法問題，只處理商是整數的情況，並且必須有應用情境，不宜只出直式計算題。



## 綜合練習 7



和長度一樣，在臺灣傳統市場買菜時，常用的重量單位是台斤，或簡稱斤。

$$1 \text{ 斤} = 0.6 \text{ 公斤}, 1 \text{ 斤} = 16 \text{ 兩}, 1 \text{ 兩} = \frac{1}{16} \text{ 斤}$$

**例 3** 媽媽買了一塊豬肉，重1斤12兩，相當於幾公斤？

$$1 \text{ 斤} 12 \text{ 兩} = 1 \frac{12}{16} \text{ 斤} = \underline{1.75} \text{ 斤 (寫成小數)}$$

$$0.6 \times 1.75 = 1.05$$

答：1.05 公斤

**例 4** 有一箱葡萄重量是10.5公斤，這箱葡萄是幾斤幾兩？

$$10.5 \div 0.6 = 17.5 \text{ (斤)}$$

$$16 \times 0.5 = 8 \text{ (兩)}$$

答：17斤8兩

想成

$$\begin{array}{ccc} 1 : 0.6 = \square : 10.5 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{斤} \quad \text{公斤} \quad \text{斤} \quad \text{公斤} \end{array}$$



**練習** 做做看。

- ① 市售包裝米一袋重3公斤，3公斤合幾台斤？
- ② 西瓜6斤8兩大約是幾公斤？

**例 5** 1台斤葡萄賣90元，1公斤葡萄賣幾元？

$$90 \div 0.6 = 150$$

可以想成  
( )  $\times$  0.6 = 90

答：150元

**1** 算算看。

①  $60.84 \div 2.6$

②  $38.1 \div 5.08$

③  $8 \div 0.32$

**2** 在  $\square$  裡填入  $<$ 、 $=$  或  $>$ 。

①  $0.9 \square 0.9 \div 1$

②  $0.146 \div 0.1 \square 0.146$

**3** 一捆水管長21公尺，每2.4公尺剪成一段，最多可剪成幾段？剩下多少公尺的水管？（水管段數須為整數）

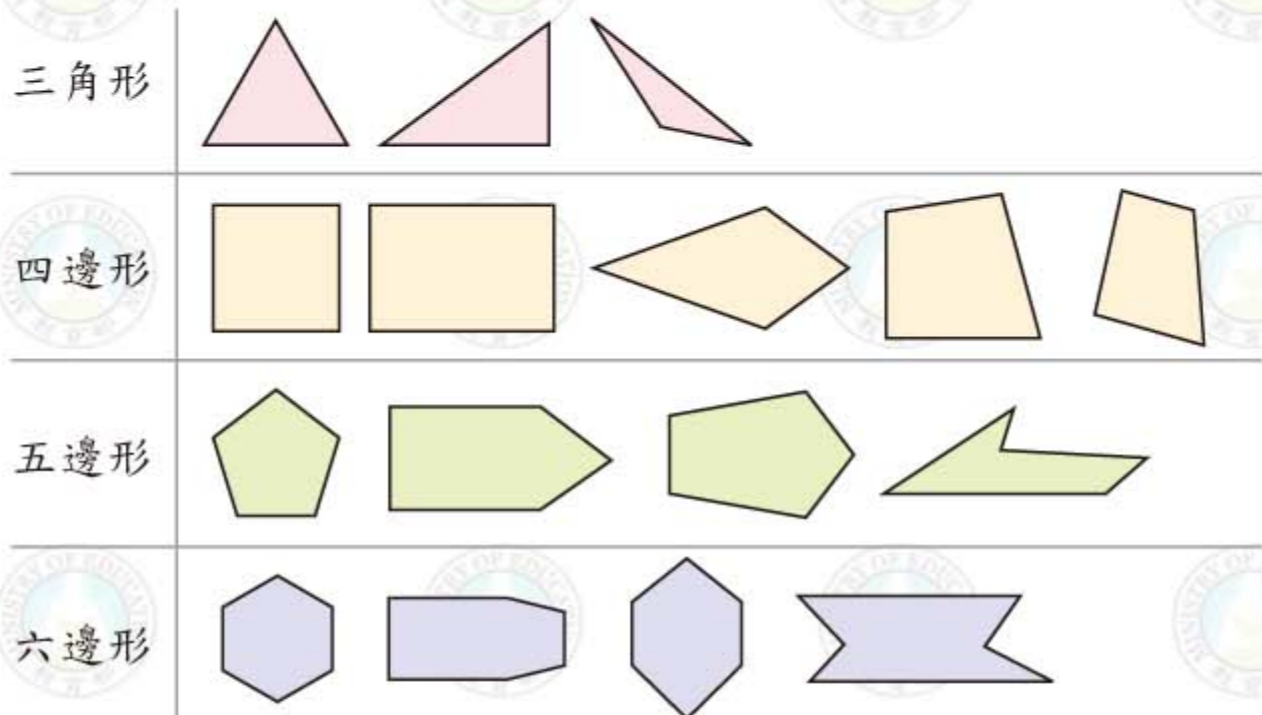
**4** 砂糖1台斤賣27元，買1公斤要多少錢？

**5** 長方形床單，面積是18平方台尺，長是6台尺，寬是多少公尺？（用四捨五入法取商的概數到小數第1位）

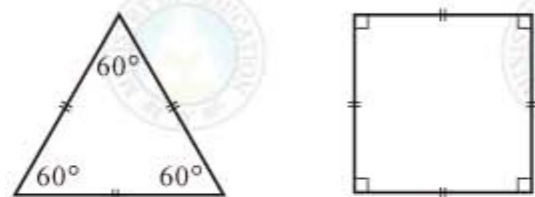
# 第 8 章 正多邊形與圓

## 8-1 正多邊形

下面各圖從上到下依序是三角形、四邊形、五邊形、六邊形、...，統稱為多邊形。



一個正三角形的三邊相等，三角都是 $60^\circ$ ；一個正方形的四邊相等，四角都是 $90^\circ$ 。相同的，如果有一個多邊形，它的各邊都相等，各角也都相等，就叫做正多邊形。



**例 1** 拿出附件 1 填填看，找出正多邊形圈出來。

四邊形				
四角相等				
四邊相等				



動動腦

那一種四邊形各邊相等，但不是正方形？那一種四邊形各角相等，但不是正方形？

下圖是邊長 1 公分的正六邊形，以及它的 2 倍放大圖。



動動腦

說說看，正六邊形的放大圖是不是一個正六邊形？為什麼？

**例 2** 上面正六邊形原圖的 10 倍放大圖，周長是多少？

$$1 \times 6 = 6$$

原圖邊長 1 公分，周長為 6 公分。

$$6 \times 10 = 60$$

10 倍放大圖的周長。

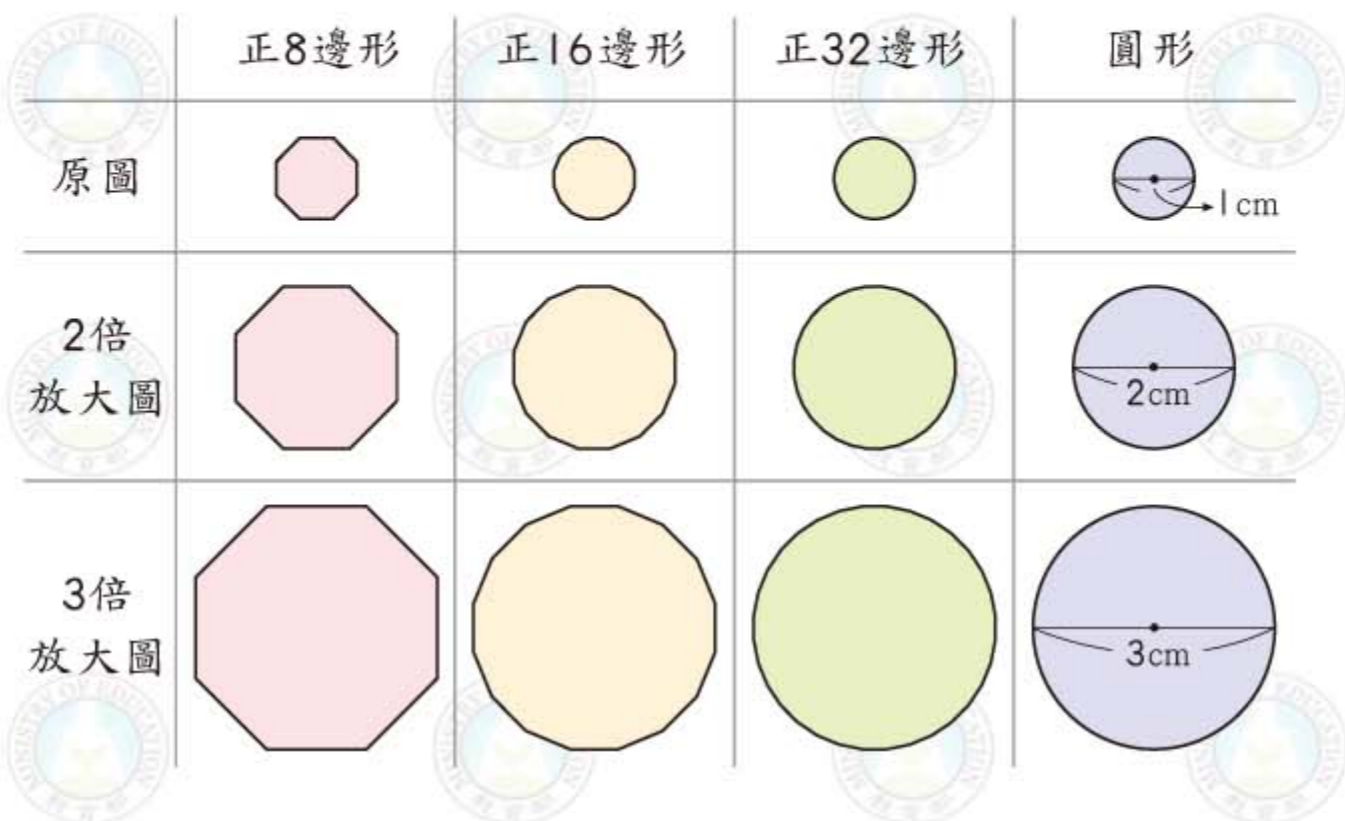
答：周長是 60 公分

按照上面的想法，一個邊長 100 公分的正八邊形是邊長 1 公分正八邊形的 100 倍放大圖，所以周長就是 8 公分的 100 倍，也就是 800 公分。

**練習** 一個邊長為 5 公尺的正十六邊形，它的 12 倍放大圖，周長是多少公尺？

## 8-2 圓的周長

從下面的圖，我們觀察到邊數越多的正多邊形，越像一個圓。



因為2倍放大圖的周長是原圖周長的2倍，所以直徑2公分的圓周長是直徑1公分圓周長的2倍：

直徑2公分的圓周長 = 直徑1公分的圓周長 × 2

直徑3公分的圓周長 = 直徑1公分的圓周長 × 3

知道直徑1公分的圓周長，就可以算出任何直徑的圓周長。

**練習** 在空格中填入適當的數字。

① 直徑10公分的圓周長 = 直徑1公分的圓周長 × \_\_\_\_\_

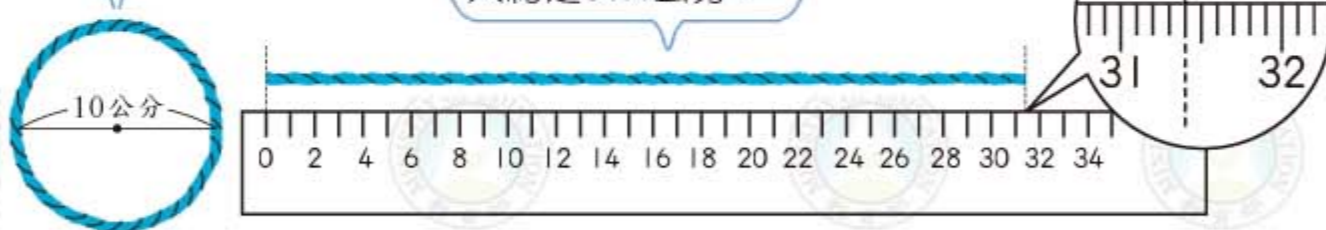
② 直徑12.5公分的圓周長 = 直徑1公分的圓周長 × \_\_\_\_\_

因為直徑1公分的圓較小，不容易量出圓周長，我們可以先量直徑10公分的圓周長，再求出直徑1公分的圓周長。

**例1** 拿出附件2直徑10公分的圓，量量看圓周長大約是幾公分？

用繩子繞圓一圈。

把繩子拉直用尺量大約是31.4公分。



答：直徑10公分的圓周長大約是31.4公分。

**例2** 直徑1公分的圓，圓周長大約是多少？

直徑1公分的圓是直徑10公分的圓的 $\frac{1}{10}$ 倍縮小圖。

由例1得到直徑10公分的圓周長大約是31.4公分，所以直徑1公分的圓的圓周長，大約是

$$31.4 \div 10 = 3.14$$

答：直徑1公分的圓，圓周長大約是3.14公分

**練習** 用直徑1公分的圓，圓周長是3.14公分，算出下面各圓的圓周長和圓周長對直徑的比值。

直徑	圓周長	圓周長對直徑的比值
10公分		
20公分		
40公分		

圓周長對直徑的比值稱為圓周率，圓周率的近似值是3.14。因為比值大約是3.14，所以圓周長大約是直徑的3.14倍。

$$\text{圓周長} = \text{直徑} \times 3.14$$

**例3** 直徑是1公里500公尺的圓形競技場，它的圓周長大約是多少公里？

$$1 \text{ 公里 } 500 \text{ 公尺} = 1.5 \text{ 公里}$$

$$1.5 \times 3.14 = 4.71$$

答：4.71公里

**練習** 有一個直徑是2公尺50公分的圓形廣場，這個廣場的周長大約是多少公尺？

**例4** 有一個旋轉木馬圓臺，半徑是7.5公尺，它的圓周大約有多長？

$$\text{直徑} : 7.5 \times 2 = 15$$

$$\text{圓周} : 15 \times 3.14 = 47.1$$

答：47.1公尺

**練習** 有一個半徑是15公分的圓形瓷盤，它的圓周長大約是多少公分？



**例5** 一個圓周長157公分的圓，直徑是幾公分？半徑是幾公分？

$$157 \div 3.14 = 50$$

$$50 \div 2 = 25$$

$$\text{直徑} \times 3.14 = 157$$

$$\text{直徑} = 157 \div 3.14$$

答：①直徑是50公分 ②半徑是25公分

**例6** 用一條長100公分的繩子圍成一個圓，這個圓的半徑大約是多少公分？(用四捨五入法取商的概數到小數第1位)

用100公分的繩子圍一個圓，表示這個圓的周長是100公分。

$$\text{圓周長} = \text{直徑} \times 3.14$$

$$\begin{array}{r} 3.14 \overline{) 100.00} \\ \underline{942} \phantom{00} \\ 580 \phantom{00} \\ \underline{314} \phantom{00} \\ 2660 \phantom{00} \\ \underline{2512} \phantom{00} \\ 1480 \phantom{00} \\ \underline{1256} \phantom{00} \\ 224 \phantom{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 31.8} \\ \underline{2} \phantom{00} \\ 11 \phantom{00} \\ \underline{10} \phantom{00} \\ 18 \phantom{00} \\ \underline{18} \phantom{00} \\ 0 \phantom{00} \end{array}$$

答：半徑是15.9公分

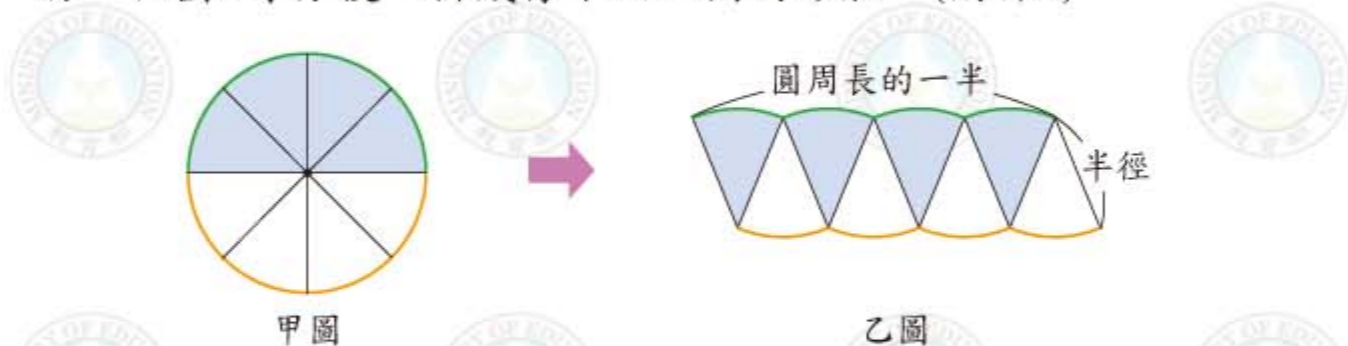
**練習** 有一個圓形水池，周長是7.536公尺，這個水池的直徑大約是多少？



### 8-3 圓的面積

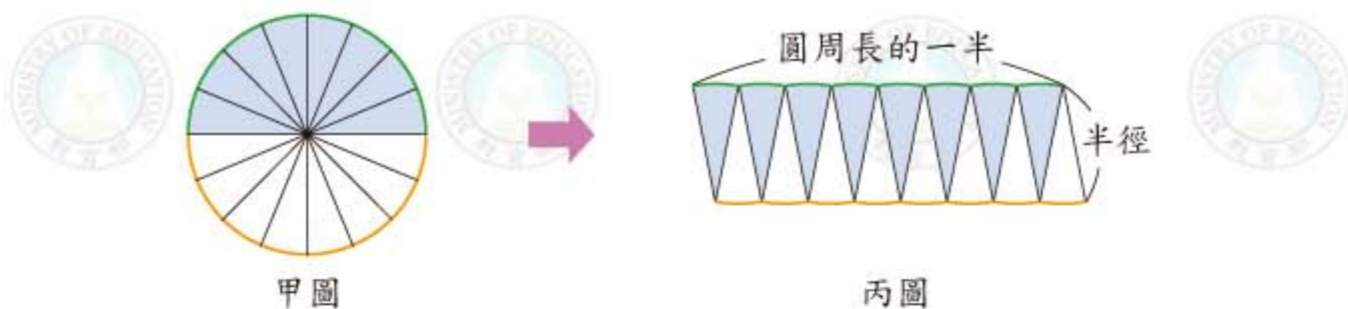
這一節我們要學習圓的面積要怎麼算。觀察下面的圖形。

將一個圓8等分後，排成像下面乙圖的形狀。(附件3)



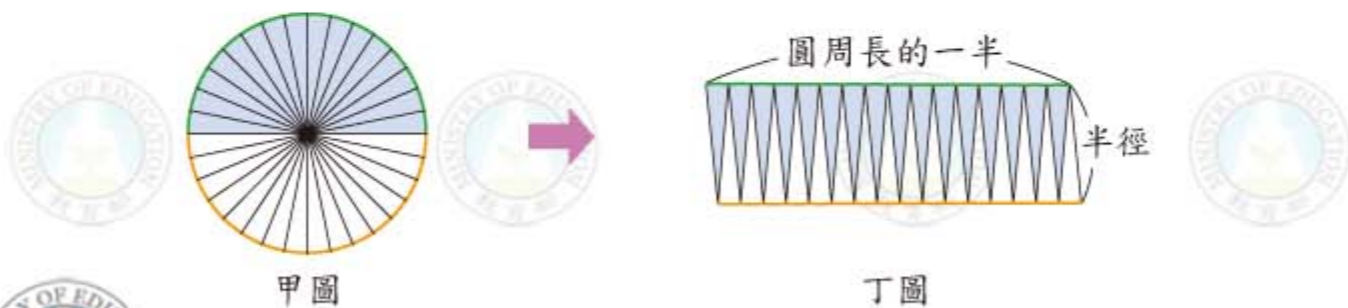
說說看，乙圖中，圓的半徑在那裡？圓周長的一半在那裡？圓周長在那裡？

用類似的做法，把這個圓16等分後，排成下面的丙圖。(附件4)



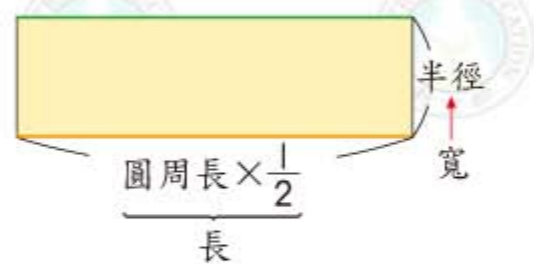
說說看，丙圖大致可以看成什麼形狀？

如果把這個圓32等分，就可以排成像下面丁圖的形狀，這個形狀比丙圖更接近長方形。(附件5)



由上面的觀察知道，如果將圓一直等分下去，再拼貼起來，會得到一個長方形，長是圓周長的一半，寬是半徑。所以

$$\begin{aligned} \text{長方形的長} &= \text{圓周長} \times \frac{1}{2} \\ &= \text{半徑} \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{2} \\ &= \text{半徑} \times 3.14 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{長方形的面積} &= \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14 \\ \text{圓面積} &= \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14 \end{aligned}$$

$$\text{圓面積} = \text{半徑} \times \text{半徑} \times \text{圓周率}$$

**例1** 一個半徑10公尺的圓，面積大約是多少平方公尺？

$$10 \times 10 \times 3.14 = 314$$

答：314平方公尺

**練習** 直徑10公分的圓，面積大約是多少平方公分？

**例2** 一個半徑1.1公尺的圓，面積大約是多少平方公分？

$$\begin{aligned} 1.1 \times 1.1 \times 3.14 &= 3.7994 \text{ (m}^2\text{)} \\ 1 \text{ m}^2 &= 10000 \text{ cm}^2 \\ 10000 \times 3.7994 &= 37994 \end{aligned}$$

另一種算法：  
也可以先將半徑換成公分，  
再計算面積。

答：37994平方公分

**練習** 半徑50公分的圓，面積大約是多少平方公尺？

**例3** 用一條長314公分的繩子圍成一個圓，這個圓的面積大約是多少平方公分？

半徑： $314 \div 3.14 \div 2 = 50$   
 面積： $50 \times 50 \times 3.14 = 7850$

先算這個圓的半徑。



答：7850平方公分

**例4** 將半徑為1、2、3、4公分的圓面積填入右表，圓面積和半徑成正比嗎？

半徑 (cm)	1	2	3	4
面積 (cm <sup>2</sup> )	3.14	12.56	28.26	50.24

先算出圓面積對半徑的比值。

$$\left. \begin{array}{l} 3.14 \div 1 = 3.14 \\ 12.56 \div 2 = 6.28 \\ 28.26 \div 3 = 9.42 \\ 50.24 \div 4 = 12.56 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{比值不相等，} \\ \text{圓面積和半徑不成正比。} \end{array}$$

**練習** 有一個半徑是2公尺的圓，如果將這個圓放大成3倍，它的面積放大成原來的幾倍？

## 8-4 扇形的弧長和面積

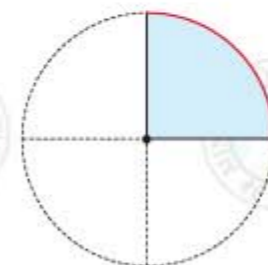
右圖是一個扇形，它的周界包括兩個半徑，以及圓周的一段，圓周的一段稱為弧，弧的長度稱為弧長。



**例1** 右圖是一個半徑10公分的 $\frac{1}{4}$ 圓扇形，它的弧長是多少公分？

$$\begin{aligned} \text{弧長} &= \text{圓周長} \times \frac{1}{4} \\ &= \underbrace{10 \times 2 \times 3.14}_{\text{圓周長}} \times \frac{1}{4} \\ &= 15.7 \end{aligned}$$

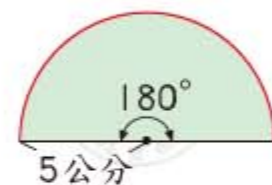
紅色弧長是整個圓周長的 $\frac{1}{4}$ 。



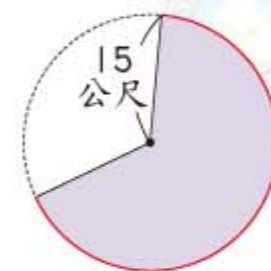
答：弧長是15.7公分

**練習** 算算看。

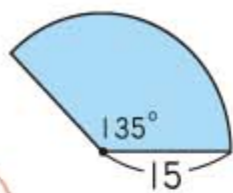
① 紅色弧長是多少？



② 這是一個 $\frac{2}{3}$ 圓的扇形，它的弧長是多少？



**例2** 右圖是一個半徑為15公尺，圓心角 $135^\circ$ 的扇形，這個扇形是幾分之幾圓？它的弧長是多少？



單位：公尺

$$135 \div 360 = \frac{135}{360} = \frac{3}{8}$$

圓周角是360度，扇形圓心角是 $135$ 度， $135 \div 360 = \frac{3}{8}$ ，這是 $\frac{3}{8}$ 圓的扇形。

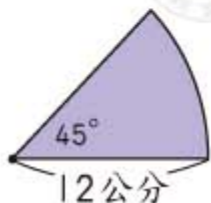
$$15 \times 2 \times 3.14 \times \frac{3}{8} = 35.325$$

圓周長

$$\text{弧長} = \text{圓周長} \times \frac{3}{8}$$

答：①  $\frac{3}{8}$ 圓 ② 35.325公尺

**練習** 右圖是一個半徑為12公分，圓心角 $45^\circ$ 的扇形，這個扇形是幾分之幾圓？它的弧長是多少？



**例3** 右圖是一個圓周長為314公分的圓，圓裡有一扇形，弧長是125.6公分。這個扇形是幾分之幾圓？

$$125.6 \div 314 = 0.4 = \frac{2}{5}$$

算出弧長占整個圓周長的幾分之幾。

答： $\frac{2}{5}$ 圓

**練習** 有一個圓周長為628公分的圓，圓中有個扇形，此扇形弧長為4.71公尺，這個扇形是幾分之幾圓？

**例4** 右圖是一個半徑為10公分的 $\frac{1}{4}$ 圓扇形，這個扇形面積是多少平方公分？

$$\begin{aligned} \text{面積} &= \text{圓面積} \times \frac{1}{4} \\ &= 10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \\ &= 78.5 \end{aligned}$$

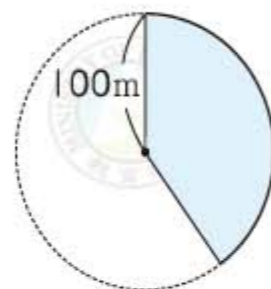
圓面積

扇形面積是整個圓面積的 $\frac{1}{4}$ 。

答：78.5平方公分

**練習** 算算看。

- 塗色部分是 $\frac{2}{5}$ 圓，面積是多少？
- 一個半徑為16公尺的 $\frac{3}{8}$ 圓扇形，它的面積是多少？



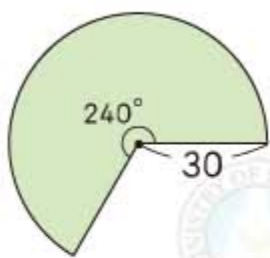
**例5** 右圖是一個半徑為30公分、圓心角為 $240^\circ$ 的扇形，它的面積是多少？

$$240 \div 360 = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$$

先算扇形是幾分之幾圓。

$$\text{面積} = 30 \times 30 \times 3.14 \times \frac{2}{3} = 1884$$

再算面積。



答：1884平方公分

**練習** 有一個半徑60公分，圓心角 $60^\circ$ 的扇形，求扇形面積。

**例6** 有一個半徑為5公分的扇形，面積是62.8平方公分，這個扇形是幾分之幾圓？

$$\text{圓面積} : 5 \times 5 \times 3.14 = 78.5$$

$$62.8 \div 78.5 = 0.8 = \frac{4}{5}$$

答： $\frac{4}{5}$ 圓

算出扇形面積占圓面積的幾分之幾。

**練習** 有一個半徑3公尺的扇形，面積是14.13平方公尺，求此扇形的圓心角是多少度？

由前面的討論知道，要求一個扇形是幾分之幾圓，可以從下列的比值得到

$$\frac{\text{圓心角的度數}}{360} = \frac{\text{扇形弧長}}{\text{圓周長}} = \frac{\text{扇形面積}}{\text{圓面積}}$$

## 8-5 解題

**例1** 右圖是半徑為60公分、圓心角 $75^\circ$ 的扇形，求此扇形的周長。

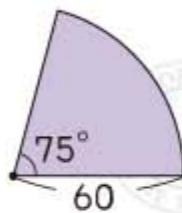
$$75 \div 360 = \frac{75}{360} = \frac{5}{24}$$

$$\text{弧長} = \text{圓周長} \times \frac{5}{24}$$

$$= 60 \times 2 \times 3.14 \times \frac{5}{24} = 78.5$$

$$\text{扇形周長} = 60 \times 2 + 78.5 = 198.5$$

答：198.5公分



**例2** 有一個半徑6公尺的圓，紅色區域是圓心角 $60^\circ$ 的扇形，疊在上面的藍色區域是圓心角 $45^\circ$ 的扇形，求此兩扇形面積的差。

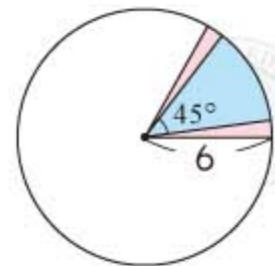
$$60 - 45 = 15$$

兩圓心角之差

$$15 \div 360 = \frac{1}{24}$$

$$\begin{aligned} \text{兩扇形面積的差} &= \text{圓面積} \times \frac{1}{24} \\ &= 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{24} = 4.71 \end{aligned}$$

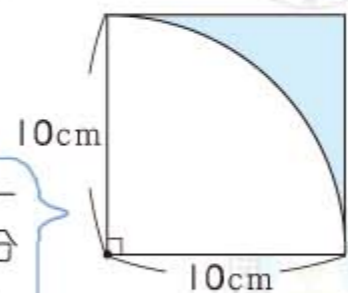
答：4.71平方公尺



**例3** 算出藍色區域的面積。

$$\begin{aligned} \text{藍色面積} &= \text{正方形面積} - \text{白色扇形面積} \\ &= 10 \times 10 - 10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \\ &= 100 - 78.5 = 21.5 \end{aligned}$$

白色區域是一個半徑10公分的 $\frac{1}{4}$ 圓扇形。



答：21.5平方公分

## 綜合練習 8

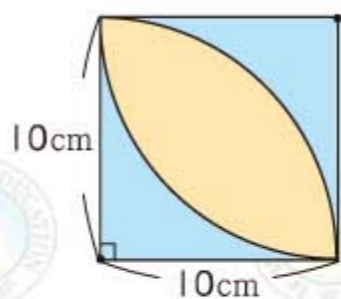
**例 4** 算出黃色區域的面積。

$$\begin{aligned} & \text{正方形面積} \\ & = \text{例3的藍色面積} \times 2 + \text{黃色面積} \end{aligned}$$

$$\text{藍色面積} \times 2 = 21.5 \times 2 = 43$$

$$\begin{aligned} \text{黃色面積} & = \text{正方形面積} - \text{藍色面積} \times 2 \\ & = 100 - 43 \\ & = 57 \end{aligned}$$

答：57平方公分



**例 5** 求下列圖形的周長和面積。(單位：公分)

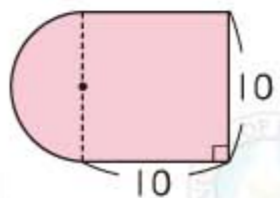
$$\text{① 半圓弧長} : 10 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 15.7$$

$$\text{總周長} : 15.7 + 10 \times 3 = 45.7$$

$$\text{半圓面積} : 5 \times 5 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 39.25$$

$$\text{總面積} : 39.25 + 10 \times 10 = 139.25$$

虛線將圖形分成一個半圓和一個正方形。



答：①周長是45.7公分 ②面積是139.25平方公分

$$\text{② 半圓弧長} : 10 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 15.7$$

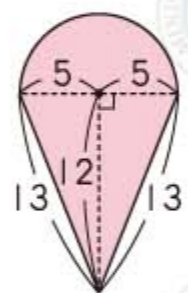
$$\text{總周長} : 15.7 + 13 \times 2 = 41.7$$

$$\text{半圓面積} : 5 \times 5 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 39.25$$

$$\text{三角形面積} : 10 \times 12 \times \frac{1}{2} = 60$$

$$\text{總面積} : 39.25 + 60 = 99.25$$

圖形可以分成一個半圓和一個三角形。



答：①周長是41.7公分 ②面積是99.25平方公分



**1** 算出下列各圓的圓周長和面積。

① 半徑6公分

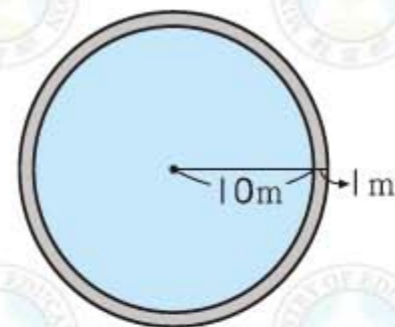
② 直徑10公尺



**2** 公園有個圓形砂坑，它的圓周長是12.56公尺，這個砂坑的直徑有多長？面積有多大？

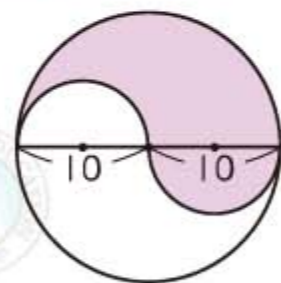


**3** 有一個半徑10公尺的圓形池塘，在它的外圍有一條寬1公尺的道路，道路的面積是幾平方公尺？

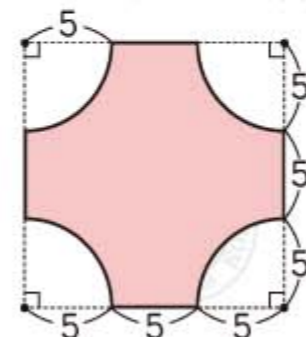


**4** 算出下列各圖形中塗色部分的周長和面積。(單位：公分)

①



②



# 第 9 章 柱體和錐體

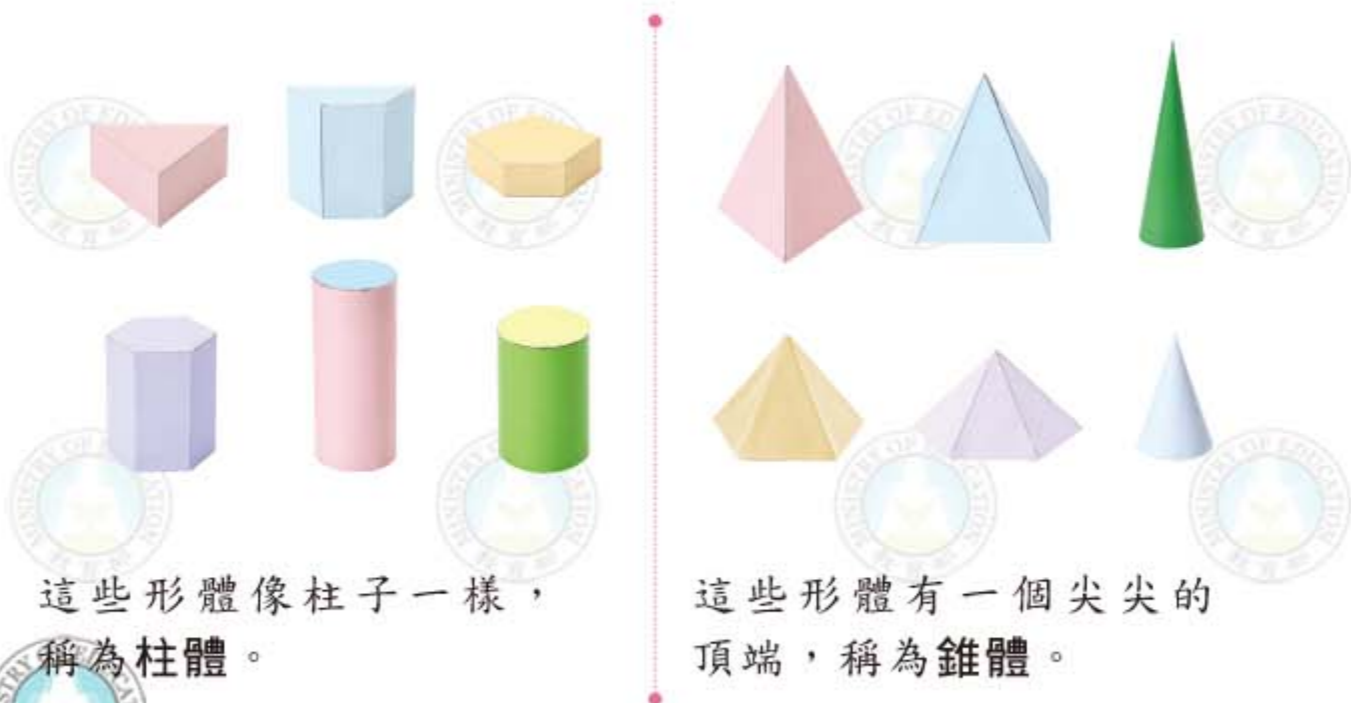
## 9-1 形體的分類

例 1 拿出附件 6~17，做出各種形體。



仔細觀察看看，  
這些形體有什麼  
特別的地方。

例 2 拿出做好的形體，像下面分成兩堆。



這些形體像柱子一樣，  
稱為柱體。

這些形體有一個尖尖的  
頂端，稱為錐體。

例 3 把上頁的柱體分成兩堆。說說看，你是怎麼分的？



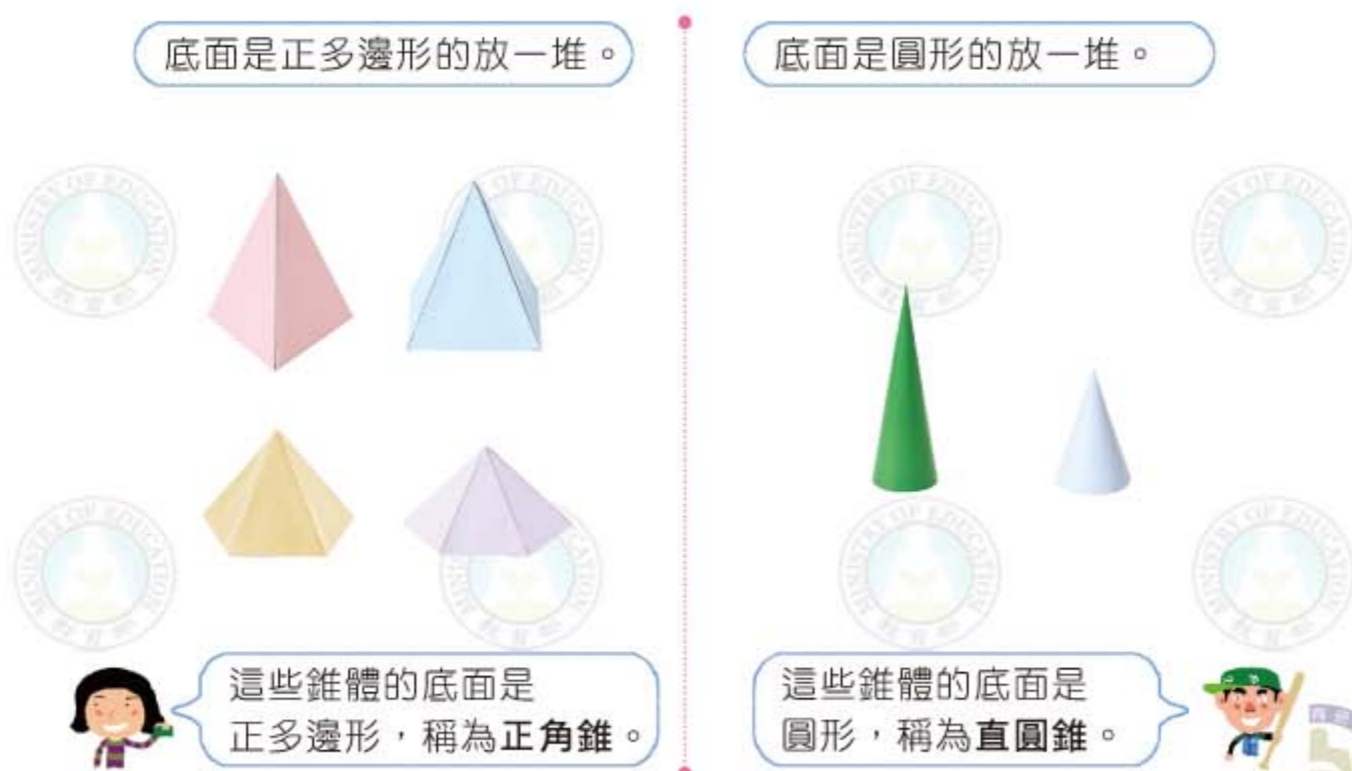
底面是多邊形的放一堆。

底面是圓形的放一堆。

這些柱體的底面是  
多邊形，稱為**直角柱**。

這些柱體的底面是  
圓形，稱為**直圓柱**。

例 4 把上頁的錐體分成兩堆。說說看，你是怎麼分的？



底面是正多邊形的放一堆。

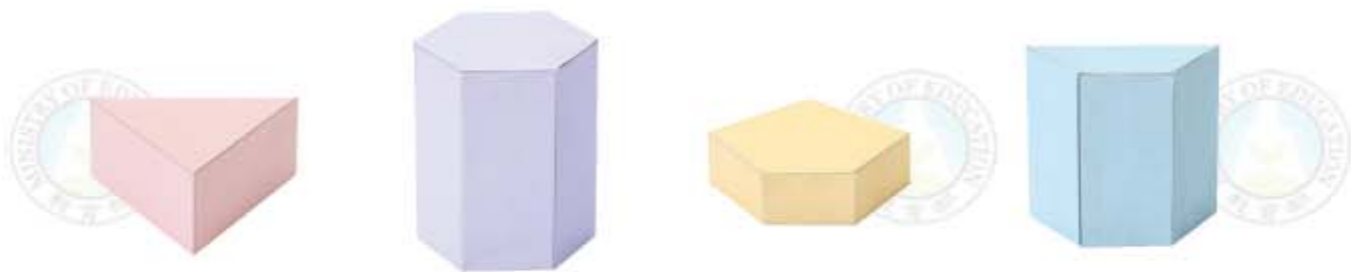
底面是圓形的放一堆。

這些錐體的底面是  
正多邊形，稱為**正角錐**。

這些錐體的底面是  
圓形，稱為**直圓錐**。

## 9-2 認識直角柱

拿出附件6~9做好的各種柱體。

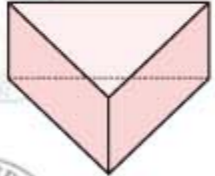
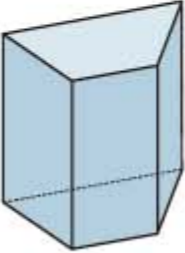
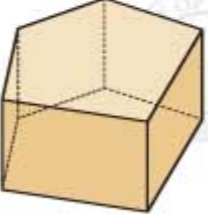
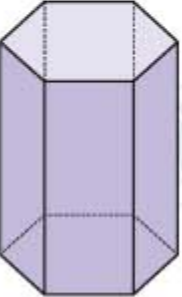


觀察這些柱體，回答下面的問題。

- ① 這些柱體的上面和下面，稱為底面，兩底面有沒有互相平行？兩底面有沒有全等？
- ② 這些柱體的側邊都是長方形，這些長方形稱為側面。每一個側面和每一個底面是否互相垂直？

像上面這些從上到下都一樣粗細的柱體，兩底面全等且互相平行，底面和每個側面互相垂直，稱為**直角柱**。

根據底面形狀的不同，附件6~9的直角柱還可以細分為下列幾種：

三角柱 (底面是三角形)	四角柱 (底面是四邊形)	五角柱 (底面是五邊形)	六角柱 (底面是六邊形)
			

**例1** 觀察附件6~9完成的直角柱，完成下面的表格，並回答下面問題。

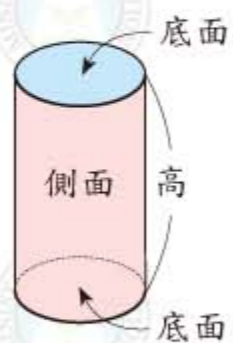
	 三角柱	 四角柱	 五角柱	 六角柱
底面形狀				
底面個數				
1個底面邊數				
側面個數				
邊的個數				
頂點個數				

- ① 這些直角柱各有幾個底面？
- ② 三角柱有幾個側面？每一個側面都是長方形，量量看，它的長和寬是多少公分？
- ③ 四角柱有幾個側面？
- ④ 五角柱和六角柱的底面是幾邊形？共有幾個側面？
- ⑤ 上面四個直角柱底面邊數和側面的個數是不是一樣多？

### 9-3 認識直圓柱

例1 拿出附件10做好的柱體。

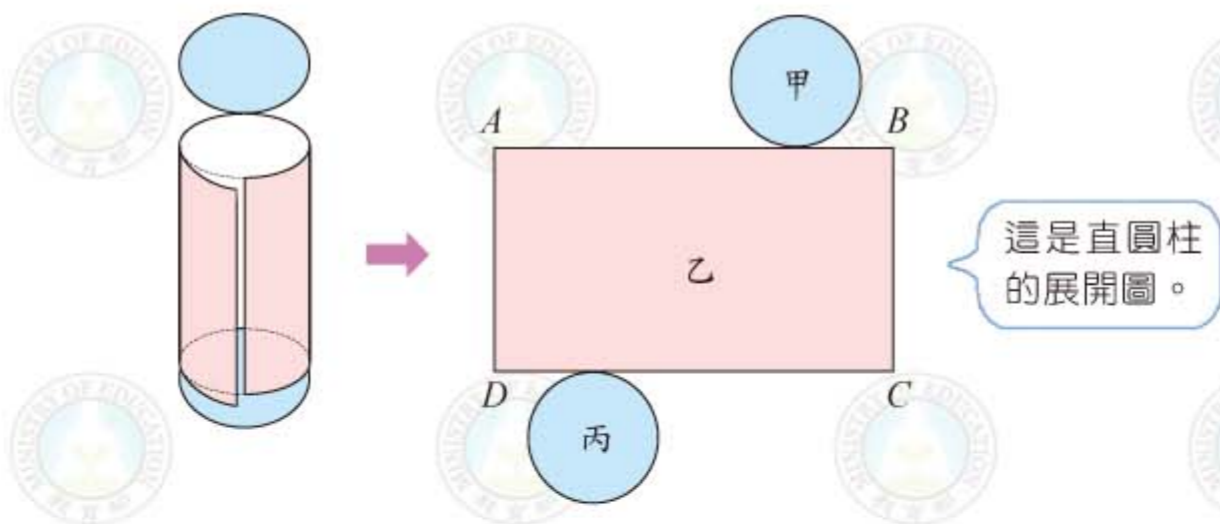
像右圖這樣的柱體，稱為直圓柱。  
觀察這個直圓柱，回答下面的問題。



- 直圓柱有幾個底面？底面是什麼形狀？
- 底面互相平行嗎？是否全等？



例2 拿出附件10做好的直圓柱，沿著邊剪開攤平後，在每個面上做記號如下圖：



觀察上圖，回答下面的問題。

- 甲和丙是原來直圓柱的底面嗎？
- 乙是原來直圓柱的側面嗎？
- 這個展開圖可以組成原來的直圓柱嗎？
- $AB$ 邊和甲的圓周一樣長嗎？ $CD$ 邊也和丙的圓周一樣長嗎？

### 9-4 認識正角錐

拿出附件12~15做好的各種錐體。



觀察這些錐體，回答下面的問題。

- 這些錐體有幾個底面？
- 這些錐體的側面都是什麼形狀？每一個側面和底面是否互相垂直？

像上面這些錐體有一個尖尖的頂端，只有一個底面，側面都是等腰三角形，底面和側面不互相垂直，稱為正角錐。

根據底面形狀的不同，附件12~15的正角錐還可以細分為下列幾種：

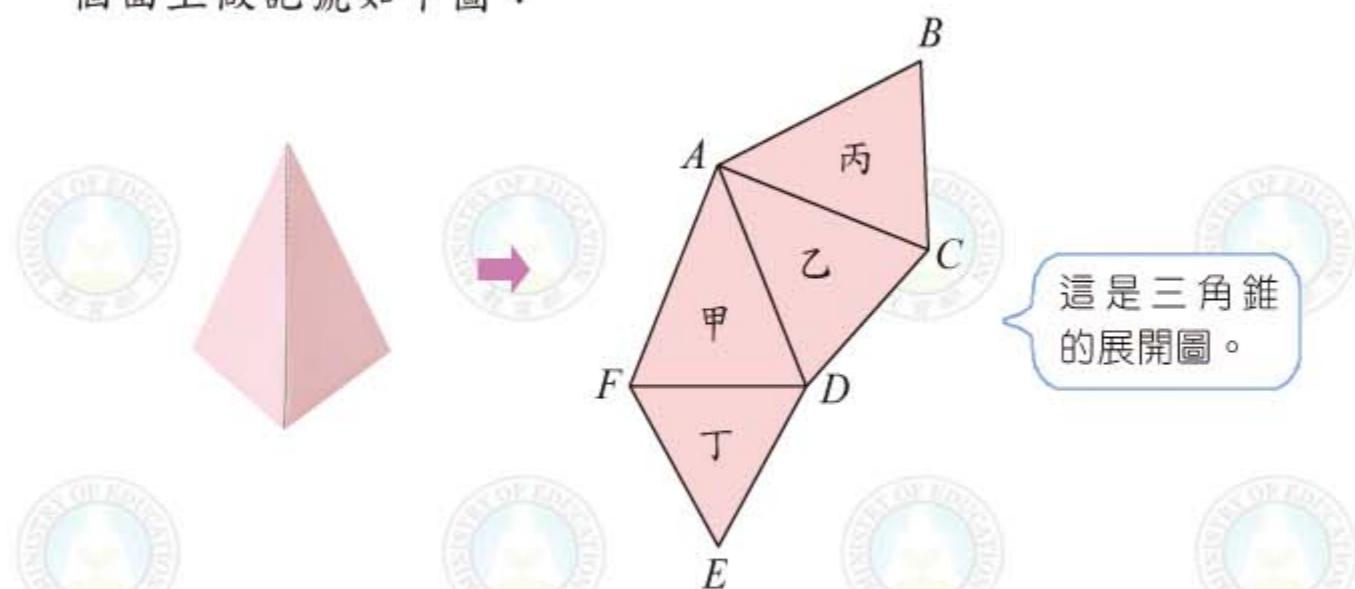
三角錐 (底面是三角形)	四角錐 (底面是四邊形)	五角錐 (底面是五邊形)	六角錐 (底面是六邊形)

**例1** 觀察附件12~15做好的正角錐，完成下面的表格，並回答下面的問題。

				
	三角錐	四角錐	五角錐	六角錐
底面形狀				
底面個數				
底面邊數				
側面個數				
邊的個數				
頂點個數				

- 三角錐有幾個側面？每一個側面都是等腰三角形，量量看，它的兩腰各是多少公分？
- 四角錐、五角錐、六角錐各有幾個側面？
- 上面四個正角錐的底面邊數和側面個數是不是一樣多？
- 四角錐的底面邊數和邊的個數有什麼關係？其他3個正角錐呢？
- 五角錐的底面邊數和頂點個數有什麼關係？其他3個正角錐呢？

**例2** 拿出附件12做好的三角錐，沿著邊剪開攤平後，在每個面上做記號如下圖：



觀察上圖，回答下面的問題。

- 甲是原來三角錐的側面嗎？
- 丁是原來三角錐的底面嗎？
- 展開圖可組合成原來的三角錐嗎？
- 底面的周長和那些線段合起來一樣長？
- 三角錐中有互相垂直的面嗎？有互相垂直的邊嗎？

**練習** 回答下面的問題。

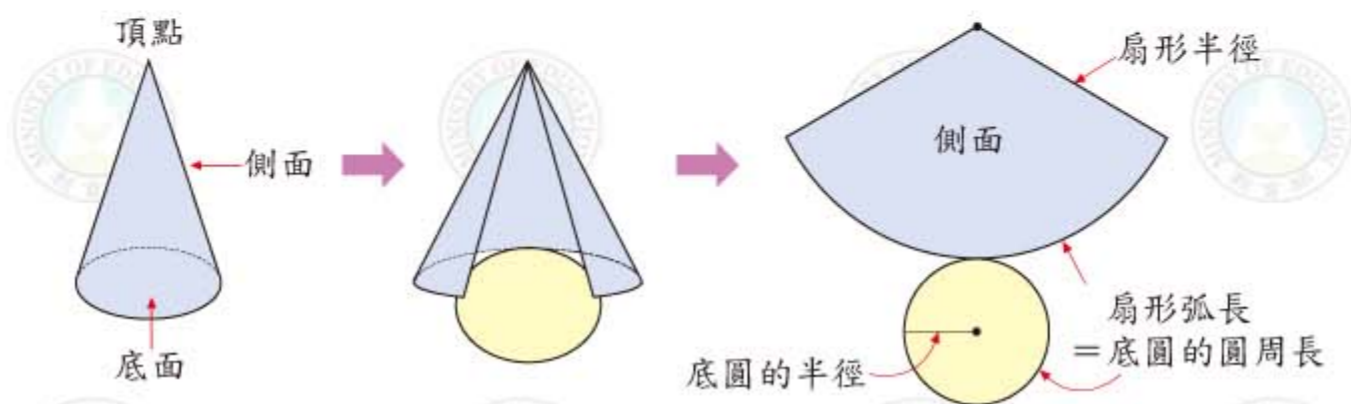
- 四角錐的側面個數有幾個？
- 五角錐的邊的個數有幾個？
- 六角錐的底面是什麼形狀？

## 9-5 認識直圓錐

**例1** 拿出附件16做好的錐體。

像右圖這樣的錐體，稱為**直圓錐**。  
觀察這個直圓錐，可以得到下面的性質：

① 直圓錐只有一個頂點和一個底面，底面是一圓形。



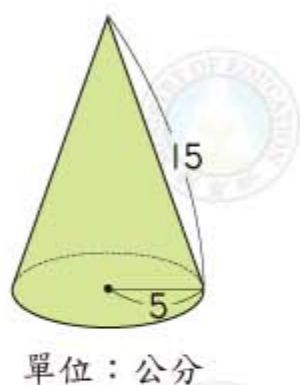
② 直圓錐的側面是用扇形捲成的錐狀，底面的圓周長就是這個扇形的弧長。

**例2** 右圖是一個直圓錐，它的底圓半徑是多少？  
側面的扇形半徑是多少？扇形的弧長是多少？

底圓半徑是5公分

側面的扇形半徑是15公分

$$\begin{aligned} \text{扇形弧長} &= \text{底圓周長} \\ &= \text{底圓半徑} \times 2 \times 3.14 \\ &= 5 \times 2 \times 3.14 = 31.4 \end{aligned}$$



答：① 底圓半徑是5公分 ② 扇形半徑是15公分

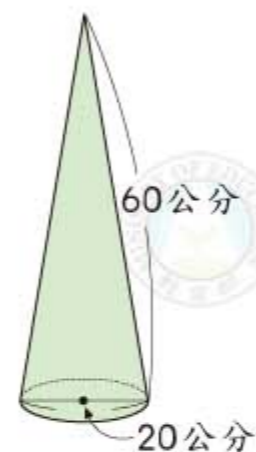
③ 扇形弧長31.4公分

**練習** 右圖是一個直圓錐，回答下面問題：

① 底圓的半徑是多少公分？

② 側面扇形的半徑是多少公分？

③ 側面扇形的弧長是多少公分？



**例3** 右圖的直圓錐，它的底面半徑是5公分，側面扇形的半徑是15公分，側面的扇形是幾分之幾圓？

$$\begin{aligned} \text{扇形弧長} &= \text{底面半徑} \times 2 \times 3.14 \\ &= 5 \times 2 \times 3.14 \end{aligned}$$

先不算出答案

$$\text{半徑15cm的圓周長} = 15 \times 2 \times 3.14$$

$$\frac{\text{扇形弧長}}{\text{圓周長}} = \frac{5 \times 2 \times 3.14}{15 \times 2 \times 3.14} = \frac{1}{3}$$

答：側面的扇形是 $\frac{1}{3}$ 圓

由例3的方法知道，要算側面的扇形是幾分之幾圓時，可用下面公式來算：

$$\frac{\text{底圓的半徑}}{\text{扇形的半徑}}$$

**練習** 右圖的直圓錐，它的底面直徑是2公尺，側面扇形的半徑是4公尺，側面扇形是幾分之幾圓？





# 綜合練習 9



**1** 寫出下面各形體的名稱。

1 \_\_\_\_\_

2 \_\_\_\_\_

3 \_\_\_\_\_

4 \_\_\_\_\_

5 \_\_\_\_\_

6 \_\_\_\_\_

**2** 寫出各部位名稱。

1 \_\_\_\_\_

2 \_\_\_\_\_

3 \_\_\_\_\_

**3** 下面那些圖形是直圓柱的側面？在  中打  $\checkmark$ 。

1

2

3

4

**4** 填填看。

- ① 四角柱的底面是 \_\_\_\_\_ 邊形。
- ② 五角柱有 \_\_\_\_\_ 個底面， \_\_\_\_\_ 條邊， \_\_\_\_\_ 個側面， \_\_\_\_\_ 個頂點。
- ③ 六角錐有 \_\_\_\_\_ 個底面， \_\_\_\_\_ 條邊， \_\_\_\_\_ 個側面， \_\_\_\_\_ 個頂點。
- ④ 直圓柱展開後的側面是 \_\_\_\_\_ 形，直圓錐展開後的側面是 \_\_\_\_\_ 形。

**5** 下面是那些形體的展開圖？

1 \_\_\_\_\_

2 \_\_\_\_\_

3 \_\_\_\_\_