

數學素養教學模組：指數律（國王的棋盤）

鄧家駿

台北市立景興國中

曾明德

台北市立南門國中



摘要

整個課程是以國王的棋盤故事貫連，讓生活經驗與數學知識相連結，教學過程中讓學生在現實問題中探索，發覺現象與規律，再做性質的討論與說明。藉由故事的引入，讓學生協助國王解決紀錄的問題，因而發現「次方」的意義，並討論米粒數的計算（以2為底數）；透過十進位的位值與位名，在個、十、百、千、萬、億及兆的位值關係理解基礎下，進行以10為底數的乘法、除法運算，引導學生發現同底數時相乘或相除的指數律；透過計算機的使用，讓學生認識科學記號；最後，回歸國王的問題，利用指數律，以2、10為底數間不同的轉換來做大小的估算與比較。

數學素養導向

一、在生活情境或可理解的想像情境中，用數學表述與解決問題。

(一)、由「國王的棋盤」開始，到「最後一格會有幾粒米？」

國王為了方便負責的士兵知道每天要拿多少粒米，因此請大臣們一起商量如何記錄。

甲大臣說：「先幫負責的士兵算好米粒數。第1天，2粒米；第2天，4粒米；第3天，8粒米；第4天，16粒米，依此記錄下去即可。」

乙大臣說：「只要列出算式，負責的士兵就可以算出來。第1天，2粒米；第2天，2×2粒米；第3天，2×2×2粒米；第4天，2×2×2×2粒米，依此記錄下去即可。」

丙大臣說：「我這邊想到一種記錄方式，只要負責的士兵能了解這個方法就可以。第1天，記為2¹粒米；第2天，2×2記為2²粒米；第3天，2×2×2記為2³粒米；第4天，2×2×2×2記為2⁴粒米，依此記錄下去。」

還記得故事最後，國王的疑問嗎？「最後會有1公斤重的米嗎？」

任務 7

有一個小兵向國王報告：「50粒米約1公克重。」根據這個資料，請計算最後一天的米量有多重？
學生訂定的結果：

任務 8

在2012年統計，全世界的紙張產量高達7億公噸，請問這足夠最後一天的米量嗎？如果不夠，到幾年才可以提供完畢？

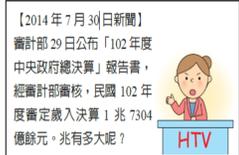
二、操作代數式，認識數量中的數學關係，並用以描述情境中的現象。

(一)、新聞報導常出現的大數字

(二)、清朝《數理精蘊》的文句「萬億為兆」。

任務 3

請將下列科學或生活新聞中的大數字，用科學記號表示：
1. 聯華公司股價在2014年7月28日上漲1.38%至99.02美元，由前達到929.18億美元，約新臺幣17.78兆元，請以科學記號表示17.78兆。
 $17.78 \times 10^4 = 1.778 \times 10^5$
2. 「富比世」雜誌今天公布福布斯50大富豪名單，旺旺集團主席蔡衍明今年以新臺幣2784億元資產，連續第3年名列臺灣首富，請以科學記號表示2784億。
 $2784 \times 10^8 = 2.784 \times 10^{11}$



三、知道計算機的數學運算功能，認識其與數學知識的輔成價值，用以執行數學程序。

(一)、運用基本型或工程型計算機來計算乘方的結果。

(二)、引入計算機的協助，進而發現螢幕上的大數（科學記號）



四、在適當的課題與時機，知道數學發展的全球性歷史與地理背景。

(一)、由清朝《數理精蘊》的文句「萬萬為億、萬億為兆、萬兆為京、萬京為垓。」

(二)、介紹Googol, 10100, 以討論指數律的使用。

清朝《數理精蘊》記載的數字單位，由小到大依次為一、十、百、千、萬、億、兆、京、垓。萬以下是十進位，萬以後則為萬進位，即「萬萬為億、萬億為兆、萬兆為京、萬京為垓」。

任務 2

「萬萬為億」是指1萬的1萬倍為億，即 $10000 \times 10000 = 100000000$ ，也可利用以10為底數的乘方，參考上方的表格，記作 $10^4 \times 10^4 = 10^8$ 。請將下列各題的文字描述與運算，以10為底數的乘方記錄下來，並將「兆」、「京」、「垓」以10為底數的乘方表示。

現在的資訊科學和網路通訊，與指數律也息息相關。
美國數學家愛德華·卡斯特納(Edward Kasner)在1940年創造Googol，代表 10^{100} 。根據網路搜索引擎谷歌(Google)公司公布的資料，Google在Googol這個名詞上稍作微小的改變，藉以反映Google公司的使命，用以表示該公司在網路上擁有無邊無際的訊息資源儲存量。

任務 7

1. 某網路公司所做的統計，發現平均每天在網路網路上約新增增加 10^{10} 位元的訊息量。若以此速度多久才會累積到1 Googol位元的訊息量？

五、教師手冊緊扣學生學習手冊

(一)、學生可能的答案與想法，教學注意事項

(二)、情境問題的提供。

教學模組架構

一、某種記錄方法

(一)、國王的難題

(二)、指數符號的引入

二、次方的運算

(一)、 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(二)、 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(三)、 $(a^m)^n = a^{m \times n}$

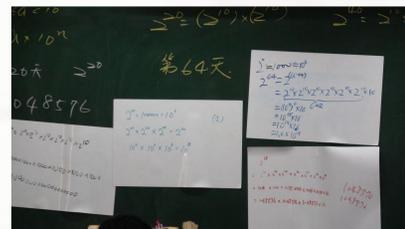
三、計算機的使用

(一)、如何計算乘方

(二)、很大的數如何表示？

(三)、很大的數如何比較大小？

(四)、國王的問題



模組試教過程

一、說課

(一)、學生的特性

(二)、教材的特殊之處

(三)、關注的焦點

(四)、進行的方式

二、觀課

(一)、學生的反應

(二)、學生個人的觀點(文字)

(三)、學生溝通、討論的表達

(四)、教師的調整

三、議課

(一)、學生的學習狀況

(二)、教材的順暢度

(三)、對於教材的建議



開發困難及突破

一、數學素養導向？

(一)、生活情境

(二)、使用數學幫忙提出看法與判斷

(三)、數學史的引入

(四)、解決現實問題

二、脈絡情境，如何安排學習內容

(一)、這個情境真實嗎？

(二)、這個問題有意義嗎？

(三)、這類計算必要嗎？

三、現場教學的困境與課綱轉化的理想

(一)、教學？評量？

(二)、借課、調課或沒課？

(三)、課綱？課程？課本？課務？

