

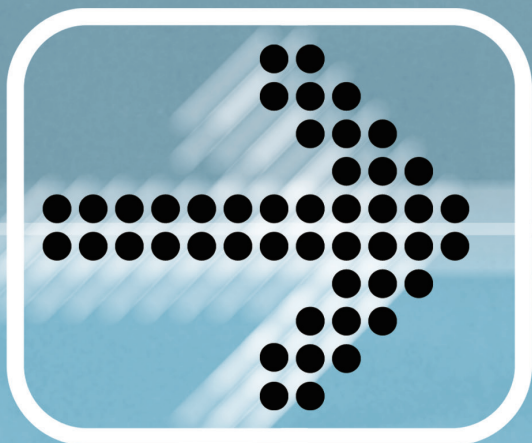
差異化國民中學數學教材

一元一次方程式的應用



國家教育研究院

數學差異化教材研發編輯小組



單元

一元一次方程式應用問題

一元一次方程式應用問題 學習單

1 / 一元一次方程式的應用問題

老師講解：

小明帶50元到書店買彩色筆後只剩1元。每枝彩色筆售價為7元，購買後只剩1元。
請問小明總共買了幾枝彩色筆？

如何解決上面的問題呢？必須由題目中逐句找出已知條件及數量關係，根據題目敘述列出方程式；以下步驟可以幫助我們來求解！

步驟一、確認「未知數」是甚麼？

買了幾枝彩色筆。所以，假設買了 x 枝彩色筆

步驟二、找到「已知數」和「條件」是甚麼？(可在題目上劃線標記代替寫出)

帶50元、只剩1元、每枝彩色筆售價7元。

步驟三、將各數量的關係列出一元一次方程式：

一枝彩色筆 7×1 元，二枝彩色筆 7×2 元，三枝彩色筆 7×3 元，
_____ 枝彩色筆 _____，...

所以買了 x 枝彩色筆共花了 $7x$ 元；

根據題意列出方程式：(請寫下答案) _____

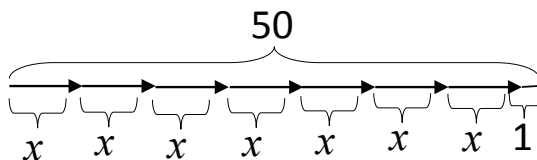
有列出正確、符合題意的方程式嗎？如果有，太棒了！

步驟四、解方程式(解出「未知數」)：

$$7x + 1 = 50$$

$$\Rightarrow 7x = 49$$

$$\Rightarrow 7x = 49$$



步驟五、驗算，將方程式的解代回原問題中依題意檢驗：

原有50元，買七枝筆共需49元，最後剩1元。符合題意



隨堂練習

小軒帶200元到書局，買了2B鉛筆3枝，1本32元的記事本和1個70元的修正帶，付完錢後剩53元，則1枝鉛筆多少元？

步驟一、確認「未知數」是甚麼？

步驟二、找到「已知數」和「條件」是甚麼？(可在題目上劃線標記代替寫出)

步驟三、將各數量的關係列出一元一次方程式：

步驟四、解方程式(解出「未知數」)：

步驟五、驗算，將方程式的解代回原問題中依題意檢驗

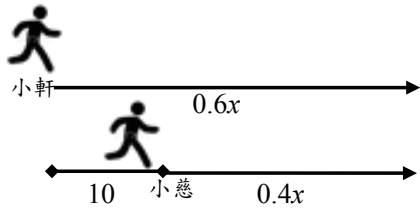


任務 1

小軒和小慈在操場的跑道上同方向前進，若小軒走一步約0.6公尺，小慈走一步約0.4公尺，若兩人一開始相距10公尺，請問同時走了幾步後，小軒能追到小慈？

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
(1) 確認「未知數」是甚麼？	
(2) 找到「已知數」和「條件」是什麼？ (可在題目上劃線標記代替寫出)	

(3) 請依據題目條件列出一元一次方程式



① 請問圖中「 x 」代表什麼意義？

② 列出一元一次方程式：

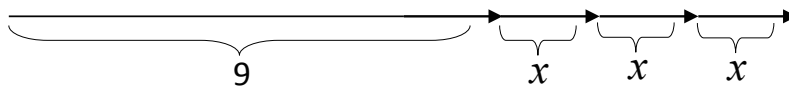
(4) 解方程式(解出「未知數」)：

(5) 驗算(將方程式的解代回原問題檢驗)：

數學擬題



請同學依照下列的圖形，寫出一題符合以下圖形的一元一次方程式應用問題。

(可參考老師講解1或自行設計；數線總長度由同學自己訂)



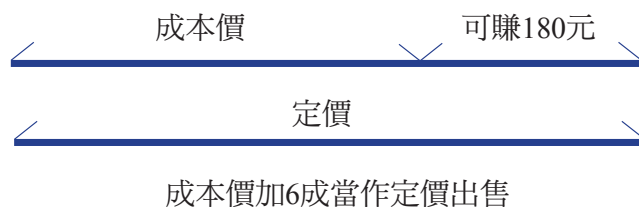
任務 2

週六小軒和朋友相約逛街，在享玩玩具店裡，看到一個熊玩偶，價格標籤上的原定價已經模糊不清，但知道定價打七五折後的售價為150元，則原本定價是多少元？

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
<p>(1) 確認「未知數」是甚麼？</p> <p>(2) 找到「已知數」和「條件」是甚麼？ (可在題目上劃線標記代替寫出)</p> <p>(3) 將數量的關係列成一元一次方程式</p> <p>定價 </p> <p> └──────────┘</p> <p> 定價打75折</p> <p>售價 </p> <p>(4) 解方程式(解出「未知數」):</p> <p>(5) 驗算(將方程式的解代回原問題檢驗):</p>	

討論： (可自行選擇一題討論)

1. 若享玩玩具店老闆將北極熊玩偶以成本價加6成當作定價賣出，可以賺180元，請問北極熊玩偶成本價為多少元？



2. 如果防寒風衣照定價八五折出售，價格是6375元，若照定價八折出售應賣多少元？



任務 3

週日小軒和家人去爬山，上山每小時走3公里，下山每小時走5公里，若來回一趟共需4小時，則山路長多少公里？（速率 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ ）

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
<p>(1) 確認「未知數」是甚麼？</p> <p>(2) 將數量的關係列成方程式並解出「未知數」</p> <p>① 上山所花的時間為 _____ 小時</p> <p>② 下山所花的時間為 _____ 小時：</p> <p>③ 依題意，來回一趟共需4小時，列出方程式：</p> <p>(3) 驗算(將方程式的解代回原問題檢驗)：</p>	




練習

週末小軒和家人騎腳踏車去逛夜市，去程每小時騎30公里，回程每小時騎20公里，若來回一趟共需半小時，則小軒家和夜市距離多少公里？（速率 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ ）

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
<p>(1) 確認「未知數」是甚麼？</p> <p>(2) 將數量的關係列成方程式並解出「未知數」</p> <p>① 從家到夜市所花的時間：</p> <p>② 從夜市回家所花的時間：</p> <p>③ 依題意，來回一趟需半小時，列出方程式：</p> <p>(3) 驗算</p>	

任務 4

第二次的段考，小軒的數學成績為 x 分，如果國文成績是數學成績的2倍少40分，而且這兩科的成績合計為170分。則小文的國文成績與數學成績各是多少分？

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
<p>(1) 確認「未知數」是甚麼？ 依題意：數學成績為 _____ 分 且國文成績是數學成績的2倍少40分， 則國文成績為 _____ 分</p> <p>(2) 將數量的關係列成方程式並解出「未知數」</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p>(3) 驗算(將方程式的解代回原問題檢驗):</p>	

隨堂練習

小軒在檢討第二次段考的考題時，發現有一題還是不會做，題目是「有大、小兩個數，兩數相差為14，且小數比大數的多6。請問大、小兩數分別是多少？」

請你幫他完成這一題。

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
(1) 確認「未知數」是甚麼？ (2) 將數量的關係列成方程式並解出「未知數」 (3) 驗算：	

討論：

甲比乙重2倍還多5公斤，兩人合計125公斤，求甲、乙兩人體重是多少公斤？

1. 當設甲為 x

(1) 依題意「甲比乙重2倍還多5公斤」

則乙是 _____ 分公斤

(2) 「甲、乙兩人合計125公斤」，將數量關係列成一元一次方程式：

(3)解方程式：

(4)驗算：

2. 當設乙為 x

(1)依題意「甲比乙重2倍還多5公斤」

則甲是 _____ 公斤

(2)「甲、乙兩人合計125公斤」，將數量關係列成一元一次方程式：

(3)解方程式：

(4)驗算：

你認為假設甲為 x 或假設乙為 x 哪一種比較容易列式，請寫出你的想法!

2 / 代數的故事

花拉子米全名是阿布·阿卜杜拉·穆罕默德·伊本·穆薩·花拉子米(*Ab Abdallah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi*，約780年—約850年)，他是一位波斯數學家、天文學家及地理學家，也是巴格達智慧之家的學者。



他的《代數學》(*Kitab al-Jabr wa-l-Muqabala*)是第一本解決一次方程及一元二次方程的系統著作，他因而被稱為代數的創造者，與丟番圖享名。十二世紀，花拉子米在印度數字方面的著作被翻譯成拉丁文，十進制因此傳入西方世界。此外，他修訂了托勒密的《地理》，並著有天文學及占星學方面的書籍。

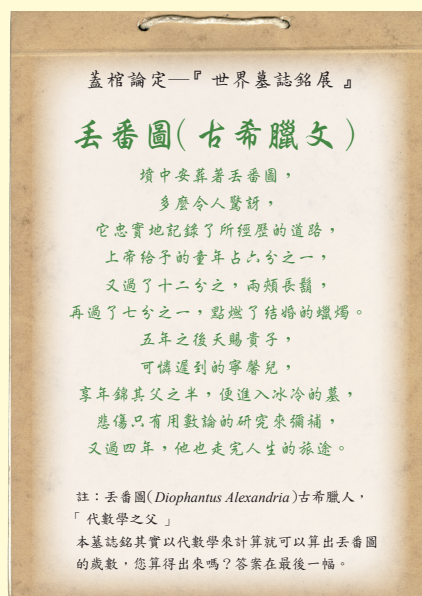
從一些詞就可以看出他對數學的重要貢獻，「代數」(*algebra*)一詞出自阿拉伯文拉丁轉寫「*al-jabr*」，「*al-jabr*」是用以解決一元二次方程的兩個辦法之一。算法(*Algorithm*)出自「*Algoritmi*」，這是花拉子米(*al-Khwarizmi*)的拉丁文譯名，而西班牙語「*guarismo*」及葡萄牙語「*algarismo*」亦是由此名字而來，這兩個詞語都解作數字。

(取自維基百科<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%8A%B1%E6%8B%89%E5%AD%90%E7%B1%B3>)

丟番圖是希臘數學家，在二次方程式有傑出的貢獻，並將希臘人已完成的代數

成果加以匯集編目，被譽為代數學的鼻祖。希臘數學自畢達哥拉斯學派後，數學重心就在幾何，他們認為只有經過幾何論證的命題才是可靠的。

為了邏輯的嚴密性，代數也披上了幾何的外衣。一切代數問題，甚至簡單的一次方程的求解，也都納入了幾何的模式之中。直到丟番圖，才把代數解放出來，擺脫了幾何的羈絆。他認為代數方法比幾何的演繹陳述更適合於解決問題，而在解題的過程中顯示出的高度的巧思和獨創性，在希臘數學中獨樹一幟。被後人稱為『代數學的鼻祖』實至名歸。



蓋棺論定—『世界墓誌銘展』

丟番圖 (古希臘文)

墳中安葬著丟番圖，
多麼令人驚訝，
他忠實地記錄了所經歷的道路，
上帝給予的童年占六分之一，
又過了十二分之一，兩頰長鬚，
再過了七分之一，點燃了結婚的蠟燭。
五年之後天賜貴子，
可憐遲到的寧馨兒，
享年錦其父之半，便進入冰冷的墓，
悲傷只有用數論的研究來彌補，
又過四年，他也走完人生的旅途。

註：丟番圖(*Diophantus Alexandria*)古希臘人，
「代數學之父」
本墓誌銘其實以代數學來計算就可以算出丟番圖的歲數，您算得出來嗎？答案在最後一幅。

任務 5

賴家三兄妹，每個月的零用錢總和是6400元，已知大哥的零用錢是二姊零用錢的3倍少200元，小妹零用錢是二姊零用錢的一半多300元，請問三兄妹的零用錢各是多少元？

依提示作答	自我挑戰區 (不需要作答引導的同學，可在這個欄位直接作答)
(1)你認為以誰的錢作為「未知數」比較容易解題?說說你的理由。	
(2)將數量的關係列成方程式並解出「未知數」	
(3)驗算	

數學擬題

請同學在擬一道一元一次方程式的應用問題，按題目條件列出的方程式為：

自我評量

勾選 你要解決的題目。

● 基礎考驗：

1. 某班級40人，某次班級點心費共1400元，請問每人需付 _____ 元。

2. 已知 $x^2 - 7x + 7$ 與 $x^2 - 7x + 7$ 兩式都減去7後，再相加得到的和是37，則 $x =$ _____

● 進階挑戰

3. 小英清點撲滿內的硬幣，共有伍元及拾元的硬幣共60個，合計為415元。則撲滿內伍元硬幣有 _____ 個。

4. 小明的年齡是媽媽年齡的一半再減10，兩人年齡之和為59，問兩人年齡各為多少？

● 神的境界：

5. 阿美的年紀比老師小20歲，6年後老師的年齡是阿美年齡的2倍，試求阿美今年 _____ 歲。

6. 阿貴參加太魯閣山路健走活動上山每小時走3公里，下山每小時走5公里，共花了8小時，請問山路全長 _____ 公里。

7. 某國中的學生人數是1372人，若全校男生人數是七年級學生人數的4倍少43人，全校女生人數是七年級學生人數的3倍多15人，則全校男、女學生人數相差多少人？

1. 應用問題常見題型有「折扣」、「速率」、「分配」、「倍數」等問題類型。

(1) 折扣問題：(可參考  任務 2)

原價打八折 = 原價 = 原價

原價的七成 = 原價

原價加七成 = 原價 + 原價 = 原價

(2) 速率問題：(可參考  任務 3)

(速率 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$)，若是上山、下山的問題，注意距離是相同的

(3) 總量問題：

注意一種事物的總數量必定相等去列式

(4) 倍數問題：(可參考  任務 4、5)

可先將題目的敘述用數學式子表示，再決定假設哪個當未知數。

例如：甲是乙的2倍少40；

⇒ 甲 = $2 \times \text{乙} - 40$ ，則假設乙為未知數會較方便

自我挑戰題

1. 某台電腦若以定價75折出售，會賠2000元；若以定價9折出售，可賺100元，則此台電腦定價為多少元？
2. 某二位數，其數字和為15，而其個位數字與十位數字互調後之新數比原數還要多9，試求原數為？
3. 某人騎腳踏車爬坡，上坡每分鐘10公尺，下坡每分鐘15公尺，上下坡共費45分鐘，則此斜坡長為何？
4. 某國中一年級新生報到後開始編班，如果一班編38人，則多出6人；如每班編40人，則少4人，試問學校準備編多少班？又新生共多少人？
5. 媽媽買 子與蘋果 種水果平分給全家人。 子的個 是蘋果個 的3 倍，蘋果每人分到2 個，還剩3 個， 子每人分9 個，則 夠3 個。請問 子與蘋果各有多少個？
梨
6. 已知甲、乙、丙三人各有一些錢，其中甲的錢是乙的兩倍，乙比丙多1元，丙比甲少11元，求三人的錢共有多少元？

差異化數學教材 / 鄭章華 主編

-- 初版 -- 新北市三峽區：國家教育研究院，2016.12

1. 數學教育
2. 中學教育
3. 教材與教法

主編者：鄭章華

作者：林成財、賴彥男

(依姓氏筆畫順序排列)

出版者：國家教育研究院

編審者：數學差異化教材研發編輯小組

召集人：鄭章華

編輯小組：余采玲、林成財、潘金龍、賴彥男

(依姓氏筆畫順序排列)

出版年月：105 年 12 月

版次：初版

電子全文可至國家教育研究院網站 <http://www.naer.edu.tw> 免費取用

(歡迎使用，請註明出處)

