

差異化國民中學數學教材 正比與反比

教師手冊



datgyagyfuhy



國家教育研究院

數學差異化教材研發編輯小組

單元 目標

1. 能理解生活中常見**正比**的數量關係，並解決生活中的問題。
2. 能理解生活中常見**反比**的數量關係，並解決生活中的問題。

對照 學習內容

九年一貫

N-4-03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。(7-n-13)

7-n-13 能理解比、比例式、正比、反比的意義，並能解決生活中有關比例的問題。

十二年國教

N-7-9 比與比例式：

比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。(不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。)

n-IV-4 理解比、比例式、正比、反比和連比的意義和推理，並能運用到日常生活的情境解決問題。

教材 設計理念

一、差異化教材的設計

希望能透過「生活情境任務」的安排，提供學生有感的數學學習機會，鼓勵學生熱衷參與數學課程活動，並透過生活經驗與數學知識的連結，讓學生的學習更具有意義。繼以，任務設計皆具備形成性評量的功能，讓教師在課堂中能即時掌握學生個別的学习狀況及可能發生的學習困難，抑或是產生的迷思概念，從而在課堂上給予學生立即的回饋或調整教學進度及教學活動，以促進其教學成效。

教材包含「開放性問題」、「平行任務」與「數學擬題」之差異化學習任務。一開始以生活購物的情境例子，引發動機去思考何為正比與反比的數量關係。以騎單車運動時

間與所消耗卡路里的情境，引導學生複習正比關係，並理解當兩個討論的項目成固定倍數關係時，即為正比關係。接著以兩個生活情境例子，釐清學生對於正比關係的迷思概念：不是兩個項目之間有越來越多的趨勢即為正比關係，並要求學生說明理由，接著為自我評量與數學擬題。

再來，以相同面積但不同長與寬的剪花布活動，引導學生體會反比的例子：兩項目的數量乘積成固定值即為反比關係。接著以兩個生活情境例子，釐清學生對於反比關係的迷思概念：不是一項目變多而另一項目變少即為反比關係，並要求學生說明理由。最後，為反比的自我評量。

二、本教材與以往教材設計不同處

教材運用「開放性問題」、「平行任務」與「數學擬題」來處理學生的學習需求之差異。自我評量裡有基礎題、進階題及神的境界（困難題目）之區分，學生可按自己的能力，選擇作答並寫下合理的答案，讓不同能力的學生都有參與課堂學習與討論的機會，增進學生問題解決能力。再者，形成性評量是差異化教學的關鍵，本教材中的「任務」具備形成性評量的功能，教師可以從學生的回答，蒐集相關的學習證據，從而採取相對應的教學活動，回應學生的學習需求與個別差異，有效進行差異化教學。

教材 架構

一、教學模組架構概述

1. 本教材僅處理數量關係的其中兩種：正比與反比的數量關係概念。
2. 本教材使用運動與消耗卡路里及剪出面積相同的花布情境引起學習動機，讓學生分別連結正比與反比的數量關係。
3. 本教材學習重點是理解正比與反比的數量關係意義，並連結生活情境的相關問題，複雜的代數四則運算不是學習重點，教師可視學生學習狀況加以補充。
4. 本教材之自我評量有「基礎題」、「進階題」及「神的境界」（困難題）。教師於課堂應確認絕大多數的學生能掌握基礎題目，要求程度佳的學生完成與熟練進階題，鼓勵程度好的學生挑戰神的境界題目，並於課後自行找教師對答案和討論。
5. 本教材習得的數學概念是為了銜接往後的單元如「一次函數」、「函數關係」等，熟悉兩項目之間的數量關係。

二、課程前後安排的銜接與相關能力指標分年細目之說明

1. 前置經驗

N-3-15 能認識比、比值與正比的意義，並解決生活中的問題。

6-n-09 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

6-n-10 能理解正比的意義，並解決生活中的問題。

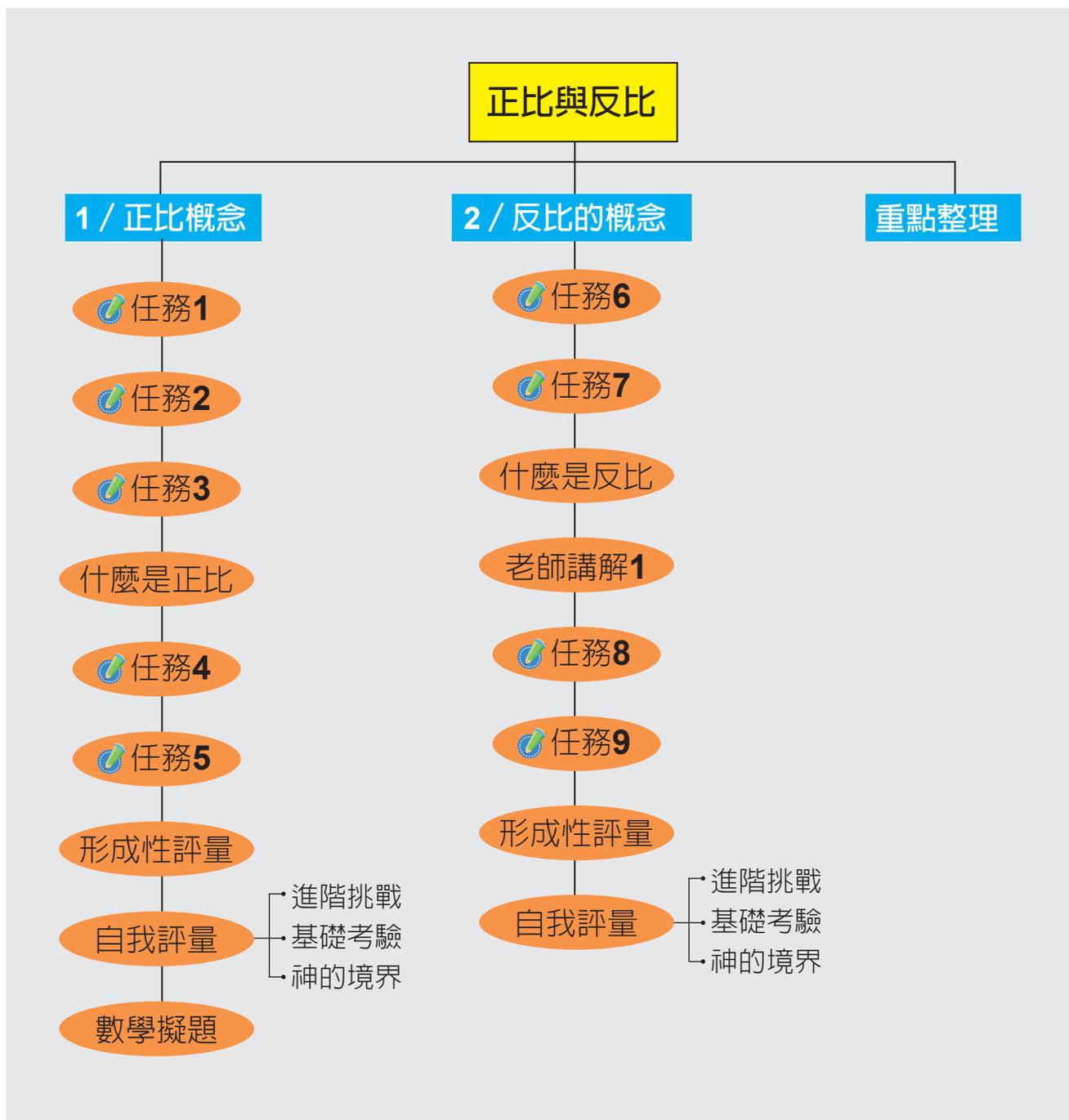
(※由於小學已學過正比的概念，建議教師於第一堂課之前進行前測，確定是否可以加快教學進度)

2. 銜接概念：一次函數、函數關係

7-a-02 能用符號算式記錄生活情境中的數學問題。

7-a-09 能認識函數。

7-a-10 能認識常數函數及一次函數。



數-J-A2 (A2系統思考與解決問題)

具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。

數-A3 (A3規劃執行與創新應變)

具備轉化現實問題為數學問題的能力，並探索、擬定與執行解決問題計畫，以及從多元、彈性與創新的角度解決數學問題，並能將問題解答轉化運用於現實生活。

數-C1 (C1道德實踐與公民意識)

具備立基於證據的態度，建構可行的論述，並發展和他人理性溝通的素養，成為理性反思與道德實踐的公民。

數-C2 (C2人際關係與團隊合作)

具備和他人合作解決問題的素養，並能尊重多元的問題解法，建立良好的互動關係。

呼應的核心素養	呼應的數學素養
A2 系統思考與解決問題	數-J-A2
A3 規劃執行與創新應變	數-A3
C1 道德實踐與公民意識	數-C1
C2 人際關係與團隊合作	數-C2

請問以下三種生活情境例子，哪一種符合「正比關係」？哪一種符合「反比關係」？



圖一 說明：大明身上帶著200元去水果店買水果，見到橘子攤位有三種價位：每斤40元、25元及20元，請問大明全花掉可以買到多少斤的水果？



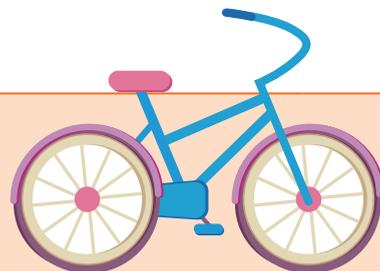
圖二 說明：阿芳運動完後，順道去買飲料，她喝的飲料每瓶25元，請問她買8瓶飲料多少元？



圖三 說明：阿龍週末和家人去逛夜市，看見衣攤正在大拍賣，老闆大聲叫賣著：衣服1件159元，2件259元，3件359元…

1 / 正比的概念

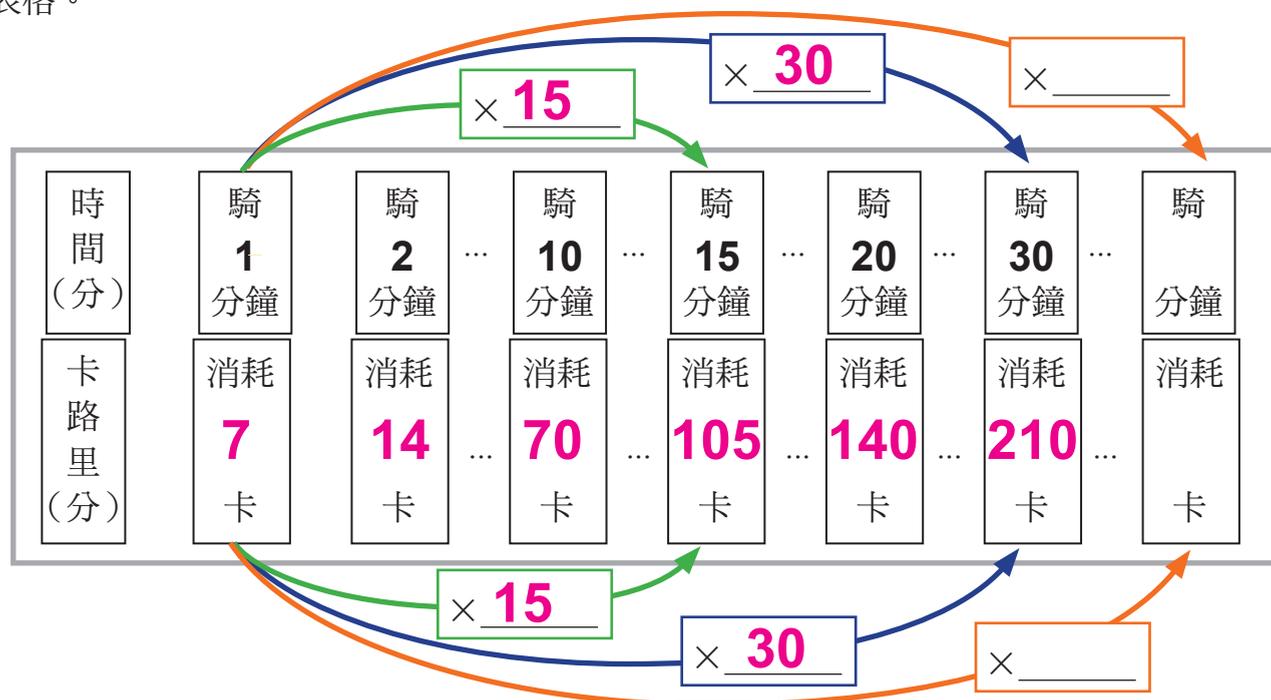
學校第一次段考後的週末，小明計畫和朋友去騎腳踏車運動。他上網查尋「各類運動消耗熱量表」得到下面表格。以小明50公斤的體重來看，當他騎車的時速為20公里時，每30分鐘就會消耗約210大卡的熱量。



各類運動消耗熱量表 運動30分鐘消耗的熱量(大卡)
本表係因每個人身體狀況及基礎代謝率不同
而訂出熱量消耗量，僅供參考。

體 重	40公斤	50公斤	60公斤	70公斤
騎腳踏車(一般速度, 10公里/小時)	80	100	120	140
騎腳踏車(快, 20公里/小時)	168	210	252	294
騎腳踏車(很快, 30公里/小時)	252	315	378	441
慢走(4公里/小時)	70	87.5	105	122.5
快走、健走(6.0公里/小時)	110	137.5	165	192.5
慢跑(8公里/小時)	164	205	246	287
排球	72	90	108	126
跳繩(慢)	168	210	252	294

也就是說，騎單車每1分鐘小明會消耗約 7 大卡的熱量，請同學幫忙小明完成表格。



請根據前面的「卡路里表」，完成下面的任務。

營養標示	
每100毫升	
熱量	48大卡
蛋白質	0公克
脂肪	0公克
飽和脂肪	0公克
反式脂肪	0公克
碳水化合物	12公克
鈉	9毫克
鉀	115毫克

任務 1

- a. 若小明單車騎了55分鐘，則他卡路里消耗了 $7 \times 55 = 385$ 大卡。
- b. 若小明消耗卡路里469大卡，則他單車騎了 $469 \div 7 = 67$ 分鐘。

任務 2

若小明在騎車開始前喝了一杯300毫升的飲料，包裝上營養的標示如右圖，則小明至少要騎幾分鐘才能把喝飲料所攝取的熱量消耗掉呢？

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答
<p>(1) 小明喝了多少大卡的熱量呢？</p> <p>喝進了 $48 \times 3 = 144$ 大卡</p> <p>(2) 由(1)所算出來的熱量，小明要騎幾分鐘？</p> <p>$144 \div 7$ 近似於 20.5714 所以小明至少要騎 21 分鐘</p> <p>(3) 小明至少要騎幾分鐘？請說明你的理由。</p>	

任務 3

若小明騎單車 x 分鐘，消耗了卡路里 y 大卡，請寫出一個能表示「時間 x 」與「卡路里 y 」的關係式，並提出你的理由說明關係式是對的。

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答												
<p>(1) 請完成表格空白處</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>時間(分)</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>8</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>卡路里(大卡)</td> <td>7</td> <td>35</td> <td>21</td> <td>56</td> <td>y</td> </tr> </table> <p>(2) 觀察(1)的表格後，請說明「時間」與「卡路里」之間有什麼關係？</p> <p>可以發現「卡路里」為「時間」的7倍 若時間以倍數變換時，卡路里也是(比例關係) 最後關係式(學生可能的答案):</p> <p>(3) 從(2)的觀察，寫出一個能表示「時間 x」與「卡路里 y」的關係式。</p> <p>① $y = 7x$ ② $\frac{x}{y} = \frac{1}{7}$ ③ $x : y = 1 : 7$</p>	時間(分)	1	5	3	8	x	卡路里(大卡)	7	35	21	56	y	
時間(分)	1	5	3	8	x								
卡路里(大卡)	7	35	21	56	y								

從完成的表格可以觀察出：

- 騎1分鐘後消耗卡路里7大卡
- 騎2分鐘後消耗卡路里14大卡
- 騎10分鐘後消耗卡路里70大卡
-

也就是「時間 x 」乘上7倍就會等於所消耗的「卡路里 y 」熱量，其數量關係式如下式

$$y = 7x$$

代表 y 值始終為 x 值的7倍（固定倍數關係），此時我們說

「 y 與 x 的關係是成正比」（消耗卡路里 y 與騎單車時間 x 成正比）。

因此，當我們討論的兩個項目數量間成固定倍數關係時，則我們稱此兩項目之間是正比關係，可以寫成關係式 $y = kx$ ，其中固定倍數 k 不一定只限於是正整數，也可以是負數、小數或分數等（但不等於0）。另外， **任務 3** 表格答案如下（多了比值欄位）

時間(分)	1	5	3	8	11
卡路里(大卡)	7	35	21	56	77
比值					

可以觀察到，卡路里與時間的比值相同（皆為7），時間 x 分，卡路里 y 大卡，則

$$\frac{y}{x} = 7$$

經由移項法則，我們可得 $y = 7x$ ，也就是 y 值始終為 x 值的7倍（有固定倍數關係）。

牛刀小試

下列哪些是「正比的關係式」，請於

$y=3x$ 、 $y=0.3x$ 、 $y=-2x$ 、 $y=\frac{1}{2}x$ 為正比關係

$y=3x$ 、 $y=0.3x$ 、 $y=-2x$ 、 $y=\frac{1}{2}x$ 、 $y=\frac{1}{2x}$ 、 $xy=2$

任務 4

下表為等一個人的咖啡店的鮮奶茶的配方

紅茶 y 毫升	30	60	120	150	480
鮮奶 x 毫升	20	40	80	100	320

已知紅茶量 y 與鮮奶量 x 為正比關係，請寫出紅茶量 y 與鮮奶量 x 的關係式為何？

- ① $y = \frac{3}{2}x$ ② $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ③ $x : y = 2 : 3$

任務 5

請問下列兩組題目裡，何者為「正比關係」？為什麼？請說明理由。

(A) 小明與阿芳點燃了一支蠟燭，觀察燃燒時間與燒掉長度並記錄於下表：

燃燒3分鐘燒掉4公分，燃燒6分鐘燒掉8公分，燃燒9分鐘燒掉12公分……。

燃燒時間 x (分鐘)	3	6	9	12	15
蠟燭燃燒的長度 y (公分)	4	8	12	16	20

依下列提示依序作答		不需提示，直接作答																			
(1) 完成表格空白處 <table border="1"> <tr> <td>x (分鐘)</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>y (公分)</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>$y : x$ 的比值</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> <td>$\frac{4}{3}$</td> </tr> </table>		x (分鐘)	3	6	9	12	15	y (公分)	4	8	12	16	20	$y : x$ 的比值	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$		
x (分鐘)	3	6	9	12	15																
y (公分)	4	8	12	16	20																
$y : x$ 的比值	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$																
(2) 觀察上表，長度 y 與時間 x 之間是否為正比關係？你的理由為何？ 長度是時間的 $\frac{4}{3}$ 倍，相互有固定倍數關係，因此為正比關係。另外，若長度為 y ，時間為 x ，則長度 y 與時間 x 之間可列出 $y = \frac{4}{3}x$ 。																					

(B) 歷維與小英打開了水龍頭並用水桶裝水，觀察水流時間與水高度並記錄於下表：

水流3分鐘後水高9公分，水流6分鐘後水高17公分……。

燃燒時間 x (分鐘)	3	6	9	12	15
水筒裡水的高度 y (公分)	9	17	25	33	41

依下列提示依序作答		不需提示，直接作答																			
(1) 完成表格空白處 <table border="1"> <tr> <td>x (分鐘)</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>y (公分)</td> <td>9</td> <td>17</td> <td>25</td> <td>33</td> <td>41</td> </tr> <tr> <td>$y : x$ 的比值</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		x (分鐘)	3	6	9	12	15	y (公分)	9	17	25	33	41	$y : x$ 的比值						從 $y : x$ 的比值可發現，不一致，如下 $\frac{9}{3} \neq \frac{17}{6} \neq \frac{25}{9} \neq \frac{33}{12} \neq \frac{41}{15}$ 時間與高度之間沒有固定倍數關係，所以這題的時間與水高度之間不為正比關係。	
x (分鐘)	3	6	9	12	15																
y (公分)	9	17	25	33	41																
$y : x$ 的比值																					
(2) 觀察上表，長度 y 與時間 x 之間是否為正比關係？你的理由為何？																					

形成性評量

1. 歷維與小英打開了水龍頭並用水桶裝水，觀察水流時間 x 分鐘與水高度 y 公分記錄於下表：

x 分鐘	3	4	5	11	12
y 公分	6	8	10	22	24

請問時間 x 與水高度 y 是正比關係嗎？ 是 不是（請於，並說明理由。）

從 $y : x$ 的比值可發現，一致，如下

$$\frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \frac{22}{11} = \frac{24}{12}$$

時間與水高度之間有固定倍數關係，所以這題的時間與水高度之間為正比關係。

2. 歷維與小英打開了水龍頭並用水桶裝水，觀察水流時間 x 分鐘與水高度 y 公分記錄於下表：

x 分鐘	9	15	16	27	28
y 公分	4.5	7.5	8	13.5	14

請問時間 x 與水高度 y 是正比關係嗎？ 是 不是（請於，並說明理由。）

從 $y : x$ 的比值可發現，一致，如下

$$\frac{4.5}{9} = \frac{7.5}{15} = \frac{8}{16} = \frac{13.5}{27} = \frac{14}{28}$$

時間與水高度之間有固定倍數關係，所以這題的時間與水高度之間為正比關係。

自我評量

請同學選擇你要解決的題目，並在題號前空格內打勾 。

一、基礎考驗：

1. 已知水滴入桶子時間 x 分鐘與桶子內水高度 y 公分為正比關係，請完成下表空白處，

時間 x	3	6	9	12	15	18	21
水高 y	1	2	3	4	5	6	7

並寫出 x 與 y 的關係式。

$$\text{關係式 } y = \frac{1}{3}x$$

2. 已知水龍頭流水時間 x 分鐘與桶子內水高度 y 公分為正比關係，請完成下表空白處

時間 x	2	4	6	8	10	12	15
水高 y	5	10	15	20	25	30	37.5

並寫出 x 與 y 的關係式。

$$\text{關係式 } y = \frac{5}{2}x$$

二、進階挑戰：

3. 已知打排球 x 分鐘與消耗熱量 y 大卡為正比關係，請完成下表空白處，

時間 x	15	21	24	30	33	39	120
熱量 y	80	112	128	160	176	208	640

並寫出 x 與 y 的關係式。

$$\text{關係式 } y = \frac{16}{3}x$$

4. 已知 x 與 y 為正比關係，且 $x = 8$ 時， $y = 20$ 。則

① x 與 y 的數量關係式為何？

x	8	2	12
y	20	5	30

② 當 $x = 12$ 時， y 的值是多少？

$$\text{關係式 } y = \frac{5}{2}x$$

三、神的境界：

5. 小英有一天早上將她慢跑時間與所跑距離依序記錄於下表，

時間 x 分鐘	5	10	12	15	16	20
距離 y 公尺	625	1250	1575	1875	1975	2500

請問時間 x 分鐘與距離 y 公尺是否為正比關係嗎？若是，提出的理由說明；若否，其原因何在？

從 $y : x$ 的比值可發現，不一致， $\frac{5}{625} = \frac{10}{1250} \neq \frac{12}{1575}$ ，時間與距離之間無固定倍數關係，所以不為正比關係。

6. 若已知 $(x+3y)$ 與 $(x-4)$ 此兩項目間為正比關係，且當 $x=3$ 時，則 $y=1$ 。請問

①寫出 x 與 y 的數量關係式。

$(x+3y)$	6
$(x-4)$	-1

②當 $x=6$ 時，則 y 的值是多少？

關係式 $24=7x+3y$ ，當 $x=6$ 時，
則 $24=42+3y$ ， $y=-6$ 。

數學擬題

請在下表寫出一個具有「正比關係」的數學題目。

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答，並分享所提例子的關係式來驗證你的答案。														
<p>(1) 搜尋生活中例子（例如買物品的花費與數量、運動的時間與距離、飲料的配方……等等），請你寫一個題目：</p>															
<p>(2) 從題目中挑選兩個項目，分別寫在下表最左邊 x 格與 y 格內，並於下表完成這兩個項目成正比的數字：</p> <table border="1" data-bbox="232 1207 938 1338"><tbody><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></tbody></table> <p>(3) 由上表，請寫出 $y : x$ 的比值為多少？</p> <p>(4) 請列出題目裡 x 與 y 的關係式。</p>	x							y							
x															
y															

2 / 反比的概念

花媽想在一塊大花布剪出不同長寬、面積為64平方公分的「長方形」花布作拼貼用，請你幫花媽完成下面空格，好讓花媽方便對照使用。

64×1



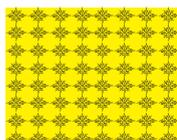
32×2



16×4



8×8



長 (公分)	乘	長 64 (公分)	長 32 (公分)	長 16 (公分)	長 8 (公分)	長 4 (公分)	長 2 (公分)	長 1 (公分)	長 10 (公分)	長 (公分)
寬 (公分)		寬 1 (公分)	寬 2 (公分)	寬 4 (公分)	寬 8 (公分)	寬 16 (公分)	寬 32 (公分)	寬 64 (公分)	寬 6.4 (公分)	寬 (公分)
面積 (平方公分)	等於	64	64	64	64	64	64	64	64	64

根據上表，請你完成下面的兩個任務。

任務 6

請問「長」、「寬」及「面積」這三個項目，哪個項目的數量不變？請打勾 。

長

寬

面積

面積的數量不變

任務 7

若大花布長為 x 公分，寬為 y 公分，面積為64平方公分，請寫出一個能表示「長 x 」、「寬 y 」及「面積」的數量關係式，並提出你的理由說明關係式是對。

依下列提示依序作答						不需提示，直接作答
(1) 完成表格空白處						
長 x	64	8	4	16	32	
寬 y	1	8	16	4	2	
x 與 y 的乘積	64	64	64	64	64	
(2) 觀察上表，說明「長」、「寬」與「面積」之間有什麼關係？						
長 \times 寬=面積 64 平方公分						
關係式為 $x \times y = 64$						
(3) 觀察上述，寫出一個能表示「長 x 」、「寬 y 」及「面積」的數量關係式。						

從幫花媽完成的表格中可以觀察出：

當長為64公分時，則寬為1公分。（ $64 \times 1 = \text{面積}64$ ）

當長為32公分時，則寬為2公分。（ $32 \times 2 = \text{面積}64$ ）

當長為16公分時，則寬為4公分。（ $16 \times 4 = \text{面積}64$ ）

.....

也就是說「長 x 公分」乘以「寬為 y 公分」，等於「固定面積64」，其數量關係如下

$$x \times y = 64$$

代表 x 和 y 的數量乘積為一個固定值64，此時我們說：

「 x 與 y 關係是反比關係」(在固定面積下，長與寬是反比關係)。

因此，當我們討論的兩個項目其數量乘積成固定值時，則稱此兩項目是反比關係，可以寫成關係式 $x \times y = k$ ，簡記為 $xy = k$ ，其中固定值 k 不一定只能是正整數，也可以是負數、小數或分數等(但不等於0)。

另外， **任務 7** 所完成的表格如下，當長 x 與寬 y 有反比關係時，我們可發現：

長 x	64	8	4	16	32
寬 y	1	8	16	4	2

當長從8公分變成4公分(變 $\frac{1}{2}$ 倍)，則寬從8公分變成16公分(變2倍)，當長從8公分變成32公分(變4倍)，則寬從8公分變成2公分(變 $\frac{1}{4}$ 倍)，因此，我們可觀察到：當一個項目呈倍數變換時，另外一個項目就會以其倒數呈現。

牛刀小試

下列哪些是「反比的關係式」，請於括號內打勾 。

$y = 3x$ 、 $y = -0.3x$ 、 $y = \frac{1}{2}x$ 、 $xy = 2$ 、

$xy = -0.2$ 、 $y = \frac{1}{2x}$

$xy = 2$ 、 $xy = -0.2$ 、 $y = \frac{1}{2x}$ 為反比關係

老師講解1

小旻預定在暑假設計一趟單車之旅，其中一個休息站設定在距離120公里外的露營區。下表是小旻行駛速率與時間的預估數，請協助完成下表，好讓小旻能順利旅行！

速率(公里/小時) x	10	12	15	20	30
時間(小時) y	12	10	8	6	4

其實，小學已經學過「速率=距離÷時間」，經移項後，可知「速率×時間=距離」

所以小旻的表格中，「速率 x 」乘上「時間 y 」等於120公里(固定值)，也就是說速率與時間的關係式如下

$$x \times y = 120$$

因為速率與時間的**數量乘積**固定等於120(固定值關係)，所以速率與時間是「反比關係」。

另外，完成表格後，可以觀察到：

當速率從10變成20時(變2倍)，則時間從12變成6(變 $\frac{1}{2}$ 倍)

當速率從10變成15時(變 $\frac{3}{2}$ 倍)，則時間從12變成8(變 $\frac{2}{3}$ 倍)

.....

當速率呈**倍數改變**時，時間以其**倒數改變**，這個現象符合「反比關係」。

任務 8

科技老師阿昌準備在這學期介紹有關3D列印的課程，並進行實作練習。為了在課堂上製作長方體模型，阿昌老師先設定長方體的體積為100立方公分，並請學生討論底面積與高的關係。下表為學生討論完成後，長方體的底面積與高的關係表：

底面積(平方公分) x	5	10	20	25	50
高(公分) y	20	10	5	4	2

請問底面積與高是何種關係？並說出你的理由。

從 $y : x$ 的比值可發現，不一致， $\frac{20}{5} \neq \frac{10}{10} \neq \frac{5}{20}$ ，所以不為正比關係，但

$$5 \times 20 = 10 \times 10 = 20 \times 5 = 25 \times 4 = 50 \times 2$$

底面積×高都一致等於100立方公分，乘積後等於固定值，所以為反比關係。

任務 9

請問下列兩組題目，何者為「反比關係」嗎？為什麼？請說明理由。

(A) 花媽希望把每個星期的加油費用控制在240元，她把每公升的油價與可加的油量簡記如下表。

油價 x (元/公升)	40	30	24	20	10
油量 y (公升)	6	8	10	12	24

依下列提示依序作答		不需提示，直接作答																			
(1) 完成表格空白處 <table border="1"> <tbody> <tr> <td>油價 x</td> <td>40</td> <td>30</td> <td>24</td> <td>20</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>油量 y</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>乘積</td> <td>240</td> <td>240</td> <td>240</td> <td>240</td> <td>240</td> </tr> </tbody> </table>		油價 x	40	30	24	20	10	油量 y	6	8	10	12	24	乘積	240	240	240	240	240		
油價 x	40	30	24	20	10																
油量 y	6	8	10	12	24																
乘積	240	240	240	240	240																
(2) 由(1)來看，油價 x 與油量 y 的乘積成固定值嗎？ 是反比關係嗎？ 乘積後等於固定值，所以為反比關係。																					

(B) 小明用了一支線香，記錄燃燒香的「時間」與線香的「剩下長度」如下表。

燃燒時間(分鐘) x	1	4	7	10	13
線香燃燒的剩下的長度(公分) y	19	15	11	7	3

依下列提示依序作答		不需提示，直接作答																			
(1) 完成表格空白處 <table border="1"> <tbody> <tr> <td>時間 x</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>10</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>長度 y</td> <td>19</td> <td>15</td> <td>11</td> <td>7</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>乘積</td> <td>19</td> <td>60</td> <td>77</td> <td>70</td> <td>39</td> </tr> </tbody> </table>		時間 x	1	4	7	10	13	長度 y	19	15	11	7	3	乘積	19	60	77	70	39		
時間 x	1	4	7	10	13																
長度 y	19	15	11	7	3																
乘積	19	60	77	70	39																
(2) 由(1)來看，時間 x 與長度 y 的乘積成固定值嗎？ 是反比關係嗎？ 乘積後不等於固定值，所以不為反比關係。																					

形成性評量

1. 有兩個項目分別是 x 與 y ，它們變化的數量關係如下表，

項目 x	50	25	20	15	25
項目 y	6	12	15	20	12

請問這兩項目是反比關係嗎？ 是 否

乘積後等於固定值 (300)，所以為反比關係。

2. 小袖將一壺熱水放在室溫下讓它自然冷卻，它們的時間與水溫數量紀錄如下表，

時間 (分) x	5	10	15	20	25
水溫 (攝氏) y	70	54	46	42	40

請問此時間 x 與水溫 y 是反比關係嗎？ 是 否

乘積後不等於固定值，所以不為反比關係。

自我評量

請同學選擇你要解決的題目，並在題號前空格內打勾 。

一、基礎考驗

1. 已知 x 與 y 是反比關係，請完成下表空白處，並寫出 x 與 y 的關係式。

x 項	10	20	30
y 項	30	15	10

關係式 $xy=300$

2. 已知 x 與 y 是反比關係，請完成下表空白處，並寫出 x 與 y 的關係式。

x 項	10	15	20
y 項	45	30	22.5

關係式 $xy=450$

二、進階挑戰

3. 已知 x 與 y 是反比關係，請完成下表空白處，並寫出 x 與 y 的關係式。

x 項	12	9	-1
y 項	-4.5	-6	54

關係式 $x \times y = -54$

4. 已知 x 與 y 是反比關係，且 $x=8$ 時， $y=20$ 。則

(1) x 與 y 的關係式為何？

x	8	10
y	20	16

(1) 當 $x=10$ 時， y 的值是多少？

關係式 $xy=160$ ，當 $x=10$ 時，則 $160=10y$ ， $y=16$ 。

三、神的境界

5. 有一件工程，每天12個工人一起合作，需要25天才可以完工，現在想要20天完工，則每天需要多少工人一起合作呢？

人	12	15
天	25	20

每天12人需要25天才可完工，表示總工作量为 $12 \times 25 = 300$ 。在相同的總工作量之下，若20天要完工，則需要 $300 \div 20 = 15$ 位工人。

6. 若已知 $(x+3)$ 與 $(y-4)$ 是反比關係，且若 $x=3$ 時，則 $y=1$ 。則

(1) 寫出 x 與 y 的關係式為何？

$(x+3)$	6	9
$(y-4)$	-3	-2

(2) 當 $x=6$ 時， y 的值是多少？

關係式 $(x+3) \times (y-4) = -18$ ，當 $x=6$ ，則 $y=2$ 。

7. 已知 x 與 y 符合某種數量關係，其數量如下表。

x	2	3	6	9	18
y	9	6	3	2	1

小章看到題目後，說「 x 與 y 為反比關係」

小華聽見後，說「嗯！若 x 與 y 為反比關係，則 x 與 $\frac{1}{y}$ 就會是正比關係」

請問(1)誰的答案才對？

x	2	3	6	9	18
y	9	6	3	2	1
$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$

因為 x 與 y 的乘積為固定值，所以 x 與 y 為反比關係

(2) 為什麼？

另外因為 $x = 18 \times \frac{1}{y}$ ， x 與 $\frac{1}{y}$ 間成固定18倍，所以 x 與 $\frac{1}{y}$ 為正比關係。

正比

當兩個項目的數量間成**固定倍數關係**時，我們稱這兩個項目是**正比關係**，可以寫成關係式 $y=k \times x$ ，簡記 $y=kx$ ，其中的**固定倍數** k 不一定是正整數，也可以是負數、小數或分數等（**但不等於0**）。

下列哪個式子表示 x 與 y 是正比關係？（是正比關係的打勾 ）

$y=4x-2$

$x=-9y$

$x=\frac{2}{y}$

反比

當兩個項目的數量間**乘積成固定值**時，我們稱這兩個項目是**反比關係**，可以寫成關係式 $x \times y=k$ ，簡記 $xy=k$ ，其中的**固定值** k 不一定是正整數，也可以是負數、小數或分數等（**但不等於0**）。

下列哪個式子表示 x 與 y 是反比關係？（是反比關係的打勾 ）

$y=3x+1$

$\frac{y}{x}=-0.5$

$x=\frac{6}{y}$

差異化數學教材 / 鄭章華 主編

— 初版 — 新北市三峽區：國家教育研究院，2016.12

1. 數學教育
2. 中學教育
3. 教材與教法

主編者：鄭章華

作者：余采玲、潘金龍

(依姓氏筆畫順序排列)

出版者：國家教育研究院

編審者：數學差異化教材研發編輯小組

召集人：鄭章華

編輯小組：余采玲、林成財、潘金龍、賴彥男

(依姓氏筆畫順序排列)

出版年月：106 年 12 月

版次：初版



UU4

datigyagyfuhy