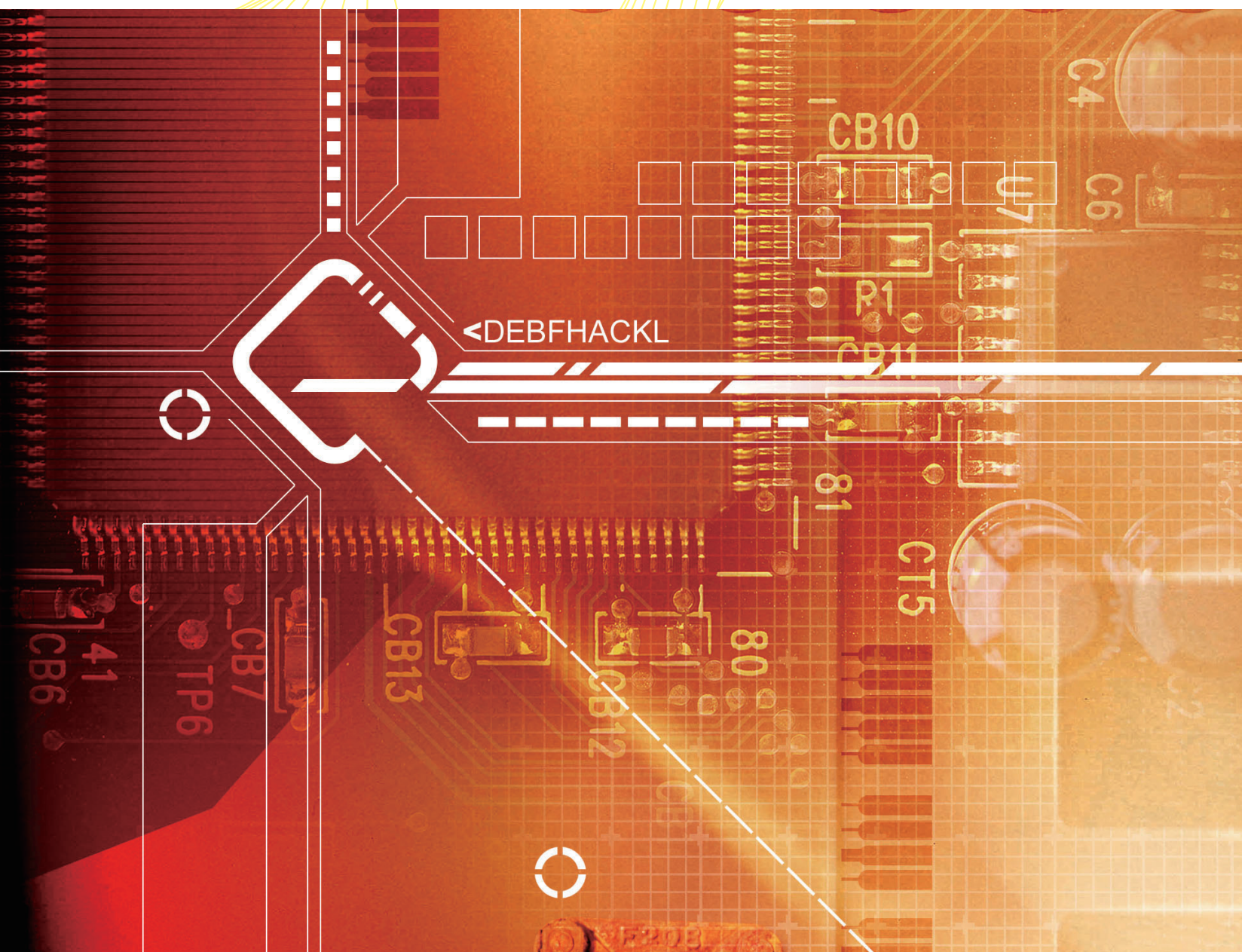


差異化國民中學數學教材

比例式與連比例

教師手冊



國家教育研究院

數學差異化教材研發編輯小組



單元目標

1. 複習比與比值的意義，熟練比值的求法。
2. 透過比的運算規律，能將一個比化為最簡整數比。
3. 了解比例式的意義，並知道「如果 $a:b=c:d$ ，則 $ad=bc$ 」。
4. 能將比例式以參數式表示，並熟練比例式的應用。
5. 了解連比與連比例式的意義。
6. 從部分比求出連比。
7. 了解如何以參數式來表示連比例式。



對照學習內容

- A-7-9 比：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題。（ $n-IV-4$ ）
- A-7-10 連比的紀錄：三個量的連比關係。（ $n-IV-4$ ）



教材設計理念

核心想法在於提供所有學生公平學習的機會，讓每一位學生都容易理解和給予充分的機會主動參與。教學設計兼顧多元活動與多元表徵的靈活運用，其中多元活動包含觀察、操作、分組討論、小試身手等，而多元表徵則包含圖像、表格、符號等。差異化任務包括「開放性問題」、「平行任務」、「數學擬題」。「開放性問題」具備多樣解答或多種解題路徑；「平行任務」具備不同難易程度或是學習鷹架的有無，學生可依學習能力的不同，選擇較難或較易的任務，獨立完成任務或是依循學習鷹架引導完成任務。自我評量以難易分類，鼓勵學生可選擇適合自己能力的題型練習。

數學擬題出現在單元概念學習後，讓學生自行設計數學問題，可請他們上台分享、討論自己所設計的數學題目，增進同儕互動。當每個小單元結束時，教師可使用IRS即時反饋系統，以有效進行形成性評量來掌握學生課堂學習狀況。再者，形成性評量是差異化教學的關鍵，本教材的任務具備形成性評量的功能，教師可以從學生的回答，蒐集相

關的學習證據，從而採取相應的教學活動，回應學生的學習需求與個別差異，有效進行差異化教學。

建議教師適時運用分組活動，讓同學能有交流、互動討論的環境，「老師講解」的題目由教師帶領學生學習，「學習任務」則由學生自行解題，教師從旁適時引導，並鼓勵同學發表自己的解題想法，供同儕參考。最後的自我評量部分，多數同學會習慣從頭開始寫，教師可運用訂定時間(約5分鐘內)，或鼓勵程度較佳的同學，直接從「進階題」或是「神的境界」開始做，以達到差異化的學習。



架構

本教材架構如下：

1. 比與比值的基本概念：

希望同學能從教材中的任務練習，觀察出某些規律並藉由發表、討論，連結小學學過比例的舊經驗，歸納出解題策略。

2. 比、比值與連比的應用問題：

應用問題以生活情境融入，並提供多重表徵呈現方式輔助同學能從不同面向思考、解題。

3. 分組討論學習活動：

藉由同儕間的討論，挑戰同學的答案，欣賞別人不同的解題方法，激發學習熱忱。

4. 比例式與相同比的數學擬題：

數學擬題是自己出題考其他同學，瞭解此階段的數學概念形成與否或是產生哪些迷思概念。

5. 自我評量：

參考近幾年基測、會考試題在本單元出現的題型改編，讓同學統整本單元所學。

比例式與連比例

1 / 比的基本概念

- 問題與討論一
- 問題與討論二
- 問題與討論三
- 問題與討論四

2 / 相等的比

- 問題思考
- 分組討論學習活動一
- 分組討論學習活動二
- 隨堂練習
- 數學擬題

3 / 比值的概念

- 教師講述與觀察學習
- 問題思考

4 / 比例式

- 教師講述與觀察學習
- 數學擬題
- 隨堂練習
- 數學擬題

5 / 比例式的應用

- 隨堂練習
- 分組討論學習活動

6 / 連比

- 隨堂練習
- 問題與討論一
- 問題與討論二
- 問題與討論三
- 問題與討論四
- 問題與討論五
- 隨堂練習



數-J-A2

具備有理數、根式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。

數-J-B1

具備處理代數與幾何中數學關係的能力，並用以描述情境中的現象。能在經驗範圍內，以數學語言表述平面與空間的基本關係和性質。能以基本的統計量與機率，描述生活中不確定性的程度。

數-C2

具備和他人合作解決問題的素養，並能尊重多元的問題解法，建立良好的互動關係

數-J- C3

具備敏察和接納數學發展的全球性歷史與地理背景的素養。

1/ 比的基本概念

小學的時候，同學們已學過比的觀念，讓我們回憶一下比的內容。若5毫升鮮奶茶是由3毫升紅茶和2毫升鮮奶調製而成，我們稱紅茶與鮮奶的體積比例為三比二，使用數學符號表示為 3:2。其中3稱為比的前項、2稱為比的後項。

比例問題在日常生活中常使用到，本單元延伸學習過的內容，根據兩組數量存在的比例關係，延伸到三組、四組……更多的數量間的比例關係和應用。

學習筆記

可根據學生前測表現，決定是否跳過本頁的內容

問題與討論

一、

到等一個人咖啡店點飲料，鮮奶茶大小杯雖然容量不同，但是都可以喝到相同口味的鮮奶茶，是因為這些鮮奶茶配方比例是相同的，如下面的比例表。請你依等一個人咖啡店配方比例完成下表的空格，你也可以成為飲料達人喔：（單位：毫升）

表一：等一個人咖啡店鮮奶茶飲料比例表

鮮奶茶量	50	100	200	250	800
紅茶	30	60	120	150	480
鮮奶	20	40	80	100	320
紅茶量為鮮奶的幾倍	$\frac{30}{20}$	$\frac{60}{40}$	$\frac{120}{80}$	$\frac{150}{100}$	$\frac{480}{320}$

1. 從表一可以觀察出哪些現象？

配方比例相同，可由第一行中的比例寫出相對應的數

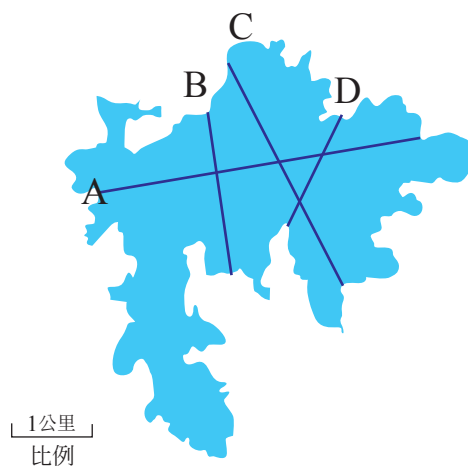
2. 當小明調配紅茶6000毫升、鮮奶4000毫升，配方比例是相同的嗎？你的理由是？

3. 請問紅茶400毫升、鮮奶250毫升調出來的口味會一樣嗎？你的理由是？



在台灣，每年9月份都會在南投縣日月潭舉辦一項大型活動「日月潭國際萬人泳渡嘉年華」。這項活動總是吸引許多國內外游泳好手或是民眾參加。圖片塗色部分為日月潭的全貌。

〔改編自臺灣2011數學素養評量樣本試題〕



依照主辦單位的規畫，這次泳渡日月潭的路線距離大約3400公尺。依照上圖的比例尺，請問A、B、C、D四條路徑中，何者最可能是這次活動的路線？

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答
(1) A、B、C、D四條路徑的長度分別為幾公分？ (請拿出尺來測量)	藉由此題讓同學體會，靈活運用工具也是解題的方式之一與數學素養。
(2) 根據上圖的比例尺，1公里等於 <u>1</u> 公分。 (請拿出尺來測量)	
(3) 按照上圖的比例尺，A、B、C、D四條路徑的長度分別為幾公里？	
(4) 那一條路徑最可能是這次活動的路線？	



金鋒和智勝參加棒球比賽，金鋒在15次的打擊中，擊出6次安打；智勝在24次打擊中，擊出9次安打；已知安打數除以打擊數的值稱為打擊率。你認為兩人的打擊誰比較優秀？

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答
(1) <u>金鋒</u> 的打擊率是多少？	金鋒
(2) <u>智勝</u> 的打擊率是多少？	
(3) 誰的打擊率比較高？	



某日的奇摩新聞提出，目前台灣許多人正在聯署訂立每年8月第2個星期日為「幸福家庭日」，表示「維護家庭和樂」是社會平和的重要依據。某議員公布家庭痛苦指數表，他說：「A城市在民國105年期間，有21932對新人結婚，但也有7311對離婚。也就是平均約每3對就有1對離婚，每天平均約有20對夫妻離婚。」

〔改編自臺灣2011數學素養評量樣本試題〕



問題 1

根據上文的資料，該議員計算 $21932 \div 7311 \approx 3$ ，便聲稱：「平均約每3對就有1對離婚。」請問你是否認同？請說明你的理由。



問題 2

據統計，在民國105年期間，A城市有7311對夫妻離婚；B鄉村有3652對夫妻離婚。由此統計可以推算出：A城市每天平均約有20對夫妻離婚；B鄉村每天平均約有10對夫妻離婚。阿明說：「在此數據中可以推論A城市夫妻的離婚率比B鄉村夫妻的離婚率還要高。」請問你是否認同？請說明你的理由。

$$\text{離婚率} = \frac{\text{離婚對數}}{\text{人口數}} \times 1000$$

否，沒有A城市、B鄉村的人口數，無法估算離婚率

2 相等的比

西餐食譜中沙拉醬的製作方式：沙拉油60毫升，醋30毫升，醬油6毫升，可調製成96毫升沙拉醬。某天剛好廚房裡的沙拉油只剩70ml，若要調製出相同口味的沙拉醬，需多少毫升的醋？多少毫升的醬油？最後能調出多少毫升的沙拉醬？(單位：毫升ml)

同學可利用表格幫忙解題(請將空格填上相對應的數值)

沙拉油	醋	醬油	總共
60	30	6	96
70	35	7	112

醋：35毫升；醬油：7毫升；調出112毫升的沙拉醬

可留心是否有學生用「加法策略」解決這一題，亦即算出「醋：40毫升；醬油：16毫升；調出106毫升的沙拉醬」。若是的話，表示該生的比概念相當薄弱，應進行補救教學。

問題 思考

1. 若5枝鉛筆賣36元，10枝鉛筆賣幾元？

72元

5枝鉛筆和10枝鉛筆的
倍數關係可推得。

2. 若6枝鉛筆賣48元，7枝鉛筆賣幾元？

56元

可算出1枝鉛筆的單價，
再乘以7倍可推得。

3. 若6枝鉛筆賣40元，9枝鉛筆賣幾元？

60元

1枝鉛筆的單價不是整數，
學生較不會以此方式做；
可由3枝鉛筆賣20元，再推
得9枝鉛筆的價錢。

分組討論學習活動(一)

一、來自紐西蘭的 kiki 準備來台灣當交換學生6個月，她需要將紐西蘭幣 (NZD) 兌換為新台幣 (NTD)。

〔改編自臺灣2011數學素養評量樣本試題〕

問題 1

目前兩國的貨幣匯率為1紐西蘭幣等於22新台幣，根據此貨幣匯率，kiki 將3000元的紐西蘭幣兌換成新台幣，請問她可兌換多少元的新台幣？

依下列提示依序作答			不需提示，直接作答
乘以 			
NZD	1元	3000	
NTD	22元	66000	

問題 2

假設6個月後 kiki 回到紐西蘭，她身上還有12250元新台幣，此時兩國間的匯率為1紐西蘭幣等於24.5新台幣，請問 kiki 可換回多少紐西蘭幣？

依下列提示依序作答			不需提示，直接作答
NZD	1元	500元	
NTD	24.5元	12250元	

問題 3

這6個月期間，匯率從1紐西蘭幣兌換22新台幣，變成1紐西蘭幣兌換24.5新台幣。這時候把台幣換成紐西蘭幣，對 kiki 而言是否有利？請寫出理由

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答
(1)原本 <u>22</u> 元新台幣可換 <u>1</u> 元紐西蘭幣 (2)後來 <u>24.5</u> 元新台幣可換 <u>1</u> 元紐西蘭幣 (3)所以用1NZD等於24.5NTD這個匯率將新台幣換成紐西蘭幣，對 <u>kiki</u> 而言是 <u>不利</u> 。	

分組討論學習活動(二)

披薩店提供兩種厚度相同但大小不同的圓形披薩。小披薩的直徑是30公分，售價為300元，大披薩的直徑是40公分，售價為400元，請問買哪一種披 比較划算？

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答
(1)披薩是圓形的，先求出小、大披薩的面積： 小披薩面積：225π 大披薩面積：400π (2)花相同的錢，買 <u>大</u> (大或小) 披薩比較划算。	同學容易以直徑和售價比為1:10，直覺以為相等。應該由面積和售價比來看才是。



練習

請同學選擇你要解決的題目並在題號前空格內打勾 ☒。

從先前的學習活動，可知比的前項和後項同乘或同除一個數字，比是不變的。

一、基礎考驗：

☐ 1. $2:6 = 4:\underline{12}$ 。

☐ 2. $4:12 = \underline{16}:48$ 。

x	2	4
y	6	12

x	4	16
y	12	48

二、進階挑戰：

☐ 3. $18:30 = 3:\underline{5}$ 。

☐ 4. $28:35 = 4:\underline{5} = 32:\underline{40}$ 。

三、神的境界：

☐ 5. $1.5:0.9 = 15:\underline{9} = \underline{5}:3$ 。

☐ 6. $\frac{7}{15}:\frac{3}{5} = 14:\underline{18}$ 。

3/ 比值的概念

教師講述與觀察學習：

延續第4頁的任務，由下面的表，我們可以發現：**紅茶量為鮮奶量的幾倍**為一個**定值** $\frac{3}{2}$ ，這個定值就代表紅茶量是鮮奶量的 $\frac{3}{2}$ 倍；或紅茶量:鮮奶量的比值為 $\frac{3}{2}$ 。

學生在六年級已經學過「比值」，建議若全班前測成績不錯，可以快速教過這一段。

鮮奶茶量	50	100	200	250	800
紅茶	30	60	120	150	480
鮮奶	20	40	80	100	320
紅茶量為鮮奶的幾倍	$\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ 倍	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

同學曾學過比值是由比的**前項**除以**後項**，並化為最簡分數而得，例如有一個比為3:2，因為這個比的前項為3，後項為2，前項3除以後項2為 $3 \div 2 = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ，所以定3:2的比值為 $\frac{3}{2}$ 。

從上表，我們可以觀察到：**比例相同其比值也相同**，這兩個**量**是**成比例**。

由上表觀察出比例相同，其比值也相同，反之亦然。

問題思考

請問3:5是否等於4:6，你的理由是？

3:5的比值為 $\frac{3}{5}$

4:6的比值為 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

比值不同，所以3:5不等於4:6

在國中階段，計算比值時會要求同學以最簡分數表示；教師可提醒同學以最簡分數表示。



練習

請同學在 ☒ 選擇你要解決的題目，並完成解題。

一、基礎考驗：

- ☐ 1. 男生15人，女生45人，則男生人數與女生人數的比值為何？ $\frac{1}{3}$ 。
- ☐ 2. $4:24$ 的比值為？ $\frac{1}{6}$ 。

二、進階挑戰：

- ☐ 3. 比較下圖兩條繩子，請問細繩與粗繩的長度比值為何？ $\text{約}\frac{1}{4}$ 。



- ☐ 4. $\frac{3}{7}:\frac{2}{5}$ 的比值為 $\frac{15}{14}$ 。

三、神的境界：

- ☐ 5. $\frac{15}{14}:\frac{33}{35}$ 的比值為 $\frac{75}{66} = \frac{25}{22}$ 。

- ☐ 6. $2\frac{1}{2}:3\frac{2}{3}$ 的比值為 $\frac{15}{22}$ 。

4/ 比例式

教師講述與觀察學習：

前面已學過，比值相等的兩組比也會相等，下表為等一個人咖啡店的鮮奶茶配方表

鮮奶茶量	50	100
紅茶	30	60
鮮奶	20	40
紅茶量為鮮奶量的幾倍	$\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ 倍	$\frac{3}{2}$

舉例說明，從上表挑出兩組比為50：30與100：60，寫成比值，分別為 $\frac{50}{30} = \frac{5}{3}$ 與 $\frac{100}{60} = \frac{5}{3}$ ，因為比值是相同的，所以50：30與100：60是相同的比，

可以寫成50：30=100：60，這樣的式子稱為**比例式**。

當我們把上面的式子改成以比值來表示，變成 $\frac{50}{30} = \frac{100}{60}$ ，接著在等號兩側同時乘上60×30，可以得到 $50 \times 60 = 30 \times 100$ 。

若以代數符號表示，可以得到：當 $a : b = m : n$ ，則 $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ ，

等號兩邊同時乘上 $b \times n$ ，可以得到 $a \times n = b \times m$ ，可以推導出兩個比相等時，其**內項乘積等於外項乘積**（內乘內等於外乘外）。

即 $a : b = m : n$ 得出 $b \times m = a \times n$ ，在計算上有許多用途。

數學擬題

請設計一題比的前項和後項同乘或同除一個數字，比是相同的數學式子，並提供解答。

$$\frac{1}{3} : 2 = 1 : \square$$

讓學生自行提出比例式，並說明理由。教師可以從學生的答案與理由瞭解他們是否掌握比例式的基礎概念。再以代數導出

$$a : b = m : n \rightarrow b \times m = a \times n。$$

IRS 試題：

1. 若 $m : 4 = 51 : 12$ ，則 $m =$ 17

2. 若 $24 : x = 3 : 8$ ，則 $x =$ 64



練習

請同學在 ☒ 選擇你要解決的題目，並完成解題。

一、基礎考驗：

☐ 1. 若 $a : 6 = 1 : 3$ ，則 $a =$ 2。

☐ 2. 若 $24 : x = 2 : 6$ ，則 $x =$ 72。

二、進階挑戰：

☐ 3. 若 $8 : 3 = (a + 1) : 6$ ，則 $a =$ 15。

☐ 4. 已知 x 和 y 皆不為零，且 $3x + 2y = 5x + y$ ，則 $x : y =$ 1 : 2。

三、神的境界：

☐ 5. 若 $\frac{4}{13} : \frac{3x}{2} = 2 : 3$ 則 $x =$ $\frac{4}{13}$ 。

☐ 6. 已知 x 和 y 皆不為零，且 $\frac{5x-3}{3} = \frac{-2+y}{2}$ ，則 $x : y =$ 3 : 10。

數學擬題

請設計一道「比例式」題目考考同學，可以難到爆，但你要能提出解答。

5/ 比例式的應用

教師講述與觀察學習：

前面學過，如果有一比例式 $x:y=2:3$ ，經過比例式的運算，可以得到①式

$$3x=2y \cdots \cdots \textcircled{1}$$

由①式再經移項法則，我們可以得到②式

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\cdots \cdots \textcircled{2} \text{ (也就是 } x:2=y:3 \text{)}$$

由②式我們可得知 $x:2$ 與 $y:3$ 的比值相等，都等於「某數值」，此時我們令比值 $\frac{x}{2}$ 的值為 m ，也就是 $\frac{x}{2}=m$ ，因此我們可以得到③式

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3} \cdots \cdots \textcircled{3} \text{ (也就是 } \frac{x}{2}=m \text{ 且 } \frac{y}{3}=m \text{)}$$

從③式我們就可以假設 $x=2m$ ， $y=3m$ ，其中 $m \neq 0$ 。

例如：若有一個比例式 $x:y=4:5$ ，我們可以假設 $x=\underline{4}m$ ， $y=\underline{5}m$ ，
其中 $m \neq 0$ 。

若有一個比例式 $\frac{x}{5}=\frac{y}{4}$ ，我們可以假設 $x=\underline{5}m$ ， $y=\underline{4}m$ ，其中 $m \neq 0$ 。

若有一個比例式 $5x=6y$ ，我們可以假設 $x=\underline{6}m$ ， $y=\underline{5}m$ ，其中 $m \neq 0$ 。

所以，若有一比例式 $x:y=a:b$ ，則可以假設 $x=am$ ， $y=bm$ 來協助解題，其中 $m \neq 0$ 。

學習筆記區

此方法為參數式，將兩個未知數化簡為一個來表示。提醒同學以 m 作為參數只是習慣，任何合理及不易與數字混淆的符號皆可。

分組討論學習活動

已知甲校有 a 人，其中男生占60%；乙校有 b 人，其中男生占50%。今將甲、乙兩校合併後，阿財主任認為：「因為 $(60\%+50\%)/2=55\%$ ，所以合併後的男生占總人數的55%。」

如果是你，你會怎麼列式求出合併後男生在總人數中占的百分比？

甲校男生有： $0.6a$ 人

乙校男生有： $0.5b$ 人

合併後男生有： $(0.6a+0.5b)$ 人

所以合併後男生在總人數的百分比為： $\frac{0.6a+0.5b}{a+b} 100\%$

以上解答僅是參考

教師應鼓勵班上學生提出多樣的想

而不限於代數式的表徵

你認為阿財主任的答案在任何情況都對嗎？請依據你的列式指出阿財主任的答案會對的情況。

當兩校人數相同時就會對



練習

請同學在 ☒ 選擇你要解決的題目，並完成解題。

一、基礎考驗：

☐ 1. 已知 $x:y = 5:7$ ，則 $2x:3y$ 的比值為 $= \frac{10}{21}$ 。

☐ 2. 已知某國中男生人數與女生人數比為 $5:3$ ，若男生人數比女生人數多 510 人，則全校共有 2040 人。

二、進階挑戰：

☐ 3. 已知 x 和 y 皆不為零，且 $3x+4y=5x+y$ ，則 $x:y$ 的比值為 $\frac{3}{2}$ 。

☐ 4. 班上原來女生與男生的人數比是 $2:3$ ，如果有 2 位男同學轉到他校，此時女生與男生的人數比是 $3:4$ ，則班上原來的女生與男生各有多少人；女生有 12 人，男生有 18 人。

三、神的境界：

☐ 5. 已知 x 和 y 皆不為零，且 $3x-2y=5x+y$ ，則 $(2x-y):(x+3y)$ 的比值為 $-\frac{8}{3}$ 。

☐ 6. 甲、乙兩種機器分別以固定速率生產，若 4 台甲機器和 2 台乙機器同時運轉 3 小時的總產量，與 2 台甲機器和 5 台乙機器同時運轉 2 小時的總產量相同，則 1 台甲機器運轉 1 小時的產量，與 1 台乙機器運轉 $\frac{1}{2}$ 小時的產量相同。

6/ 連比

飲料店的「蔓越莓多多」，是按照蔓越莓汁70毫升、檸檬汁20毫升與養樂多10毫升和水400毫升的比例所混合調配而成；紀錄每杯500毫升的「蔓越莓多多」所含的蔓越莓汁、檸檬汁與養樂多成分的比例為70：20：10，可記為7：2：1，這樣三個數或三個以上的數連續的比，我們稱為**連比**。

其中：

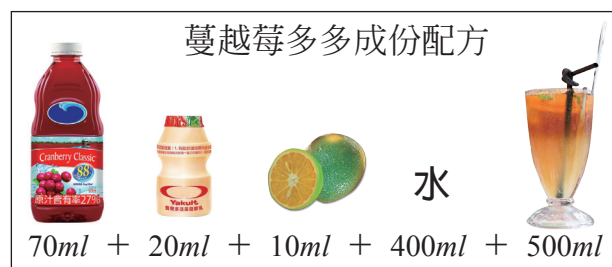
蔓越莓汁與檸檬汁的成分比為7：2 …… (1)

檸檬汁 與養樂多的成分比為2：1 …… (2)

蔓越莓汁與養樂多的成分比為7：1 …… (3)

若要方便紀錄，假設蔓越莓汁需 x 毫升，檸檬汁需 y 毫升，

養樂多需 z 毫升，根據配方，其連比例式為 $x : y : z = 7 : 2 : 1$



例題(一)

兒童遊戲區裡的球池裡，有紅球200顆，黃球100顆，藍球150顆，則紅球、黃球、藍球的球數的連比為何？

4：2：3（提醒同學化成最簡整數比）

隨堂練習

請同學在 ☒ 選擇你要解決的題目，並完成解題。

若兒童遊戲區的球池裡總共有1200顆球，而且紅球、黃球、藍球的球數連比為4：9：7

☐ 1. 請問黃球有 540 顆。

☐ 2. 假如工作人員又放了360顆紅球進去，請問紅球、黃球、藍球的球數的連比為紅球：黃球：藍球 = 10：9：7

例題(二)

有兩組比例式分別為 $x : y = 7 : 2$ 和 $y : z = 2 : 1$ ，可以求出連比例式

為 $x : y : z =$ 7：2：1。

反過來說，若知道上面(1)(2)(3)式中的任意兩個比例式，也可以求出連比例式 $x : y : z$ 。

問題與討論



學校排球社團有64人，分成甲、乙、丙三隊，其人數比為4:5:7。若後來再轉入1人加入乙隊，則後來乙隊與丙隊的人數比為何？

依下列提示依序作答	不需提示，直接作答
(1)依題意甲：乙：丙= <u>4</u> : <u>5</u> : <u>7</u> 所以甲隊佔了排球社總人數的：$\frac{4}{16}$ 乙隊佔了排球社總人數的：$\frac{5}{16}$ 丙隊佔了排球社總人數的：$\frac{7}{16}$ (2)由於排球社團有64人，故甲隊有<u>16</u>人， 乙隊有<u>20</u>人，丙隊有<u>28</u>人 (3)轉入1人加入乙隊，故乙隊有<u>21</u>人， 因此後來乙隊：丙隊=<u>3</u> : <u>4</u>	



富南國中每位學生上、下學期各選擇一個社團，下表為該校所有學生上、下學期選擇社團的人數比例。

	籃球社	童軍社	象棋社
上學期	3	4	5
下學期	4	3	2

若富南國中上、下學期的學生人數不變，相較於上學期，阿玲校長認為下學期籃球社的人數增加，而童軍社的人數減少，請問你同意校長阿玲看法嗎？請提出你的理由。

作答區

上學期：籃球社佔所有學生的 $\frac{3}{12} = \frac{9}{36}$ ；童軍社佔所有所生的 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

下學期：籃球社佔所有學生的 $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$ ；童軍社佔所有所生的 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

因為學生人數不變，所以籃球社人數增加；童軍社人數相同



富南國中辦理親師座談會，已知父母會一起出席。座談會有提供參與的父母每人一杯飲料，其中有茶、咖啡、果汁三種選擇。若座談會中爸爸選擇茶、咖啡、果汁的杯數比為5：3：2，媽媽選擇茶、咖啡、果汁的杯數比為2：2：1。

小華認為所有參加者選擇茶、咖啡、果汁的杯數比為7：5：3。



問題 1

請問小華是如何得出這個結論的？

很明顯看出是各品項的數字相加而得；或許同學也可能還有不一樣的結論。



問題 2

請問你同意小華的看法嗎？同意或不同意的理由為何？

不同意！

爸爸：喝茶的佔父親人數的 $\frac{5}{10}$ ；喝咖啡的佔父親人數的 $\frac{3}{10}$ ；喝果汁的佔父親人數的 $\frac{2}{10}$

媽媽：喝茶的佔母親人數的 $\frac{2}{5}$ ；喝咖啡的佔父親人數的 $\frac{2}{5}$ ；喝果汁的佔父親人數的 $\frac{1}{5}$

爸媽人數相同，假設各有 m 人

則 喝茶的有 $\frac{5}{10}m + \frac{2}{5}m = \frac{9}{10}m$ 人

喝咖啡的有 $\frac{3}{10}m + \frac{2}{5}m = \frac{7}{10}m$ 人

喝果汁的有 $\frac{2}{10}m + \frac{1}{5}m = \frac{4}{10}m$ 人

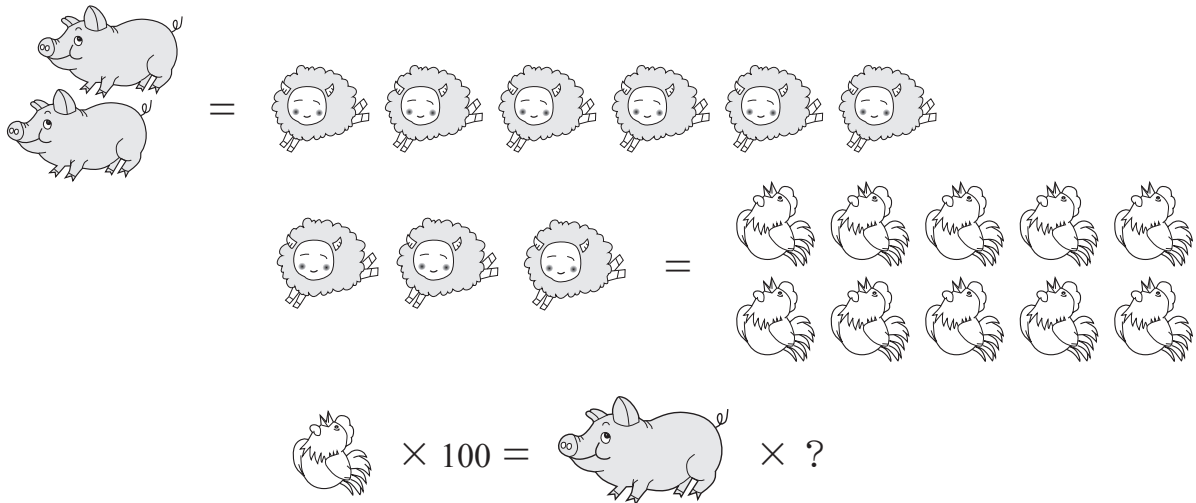
應該為9：7：4

以上是形式化的解法，學生可能假設一個實際數字進行推論或計算來回答問題。教師應鼓勵學生分享他們的解法，引導學生討論與辯證，從學生的解法了解他們目前的學習狀況。

四、

很久很久以前，人類還沒有使用金錢做為交易的工具，物品的買賣是靠著以物易物的方式。舉例來說，種米的農夫，如果他們想吃菜或肉，但是沒有種菜或養畜牲，或是想要自己沒有生產的相關用品時，農夫會拿自己生產的東西跟別人交換，換得自己需要的物品。

如果「2隻豬可以換6隻羊，3隻羊可以換10隻雞，請問100隻雞可以換幾隻豬？」

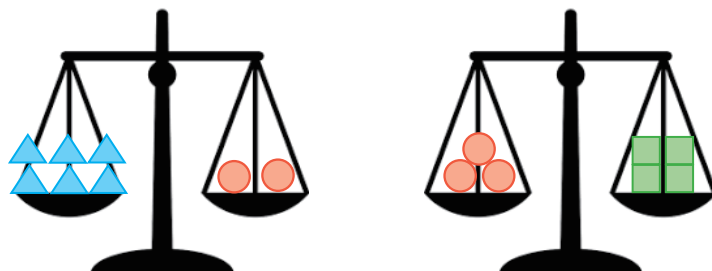


依下列提示依序作答	不需提示，直接作答															
(1) 豬的個數：羊的個數 = <u>2</u> : <u>6</u> (2) 羊的個數：雞的個數 = <u>3</u> : <u>10</u> (3) 找出關聯，使用連比例兌換 將題目給的條件，以表格呈現 <table><tr><th>豬</th><th>羊</th><th>雞</th></tr><tr><td><u>2</u></td><td><u>6</u></td><td></td></tr><tr><td></td><td><u>3</u></td><td><u>10</u></td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>20</td></tr><tr><td>10</td><td>30</td><td>100</td></tr></table> (4) 豬的個數：羊的個數：雞的個數 = <u>2</u> : <u>6</u> : <u>20</u> = <u>10</u> : <u>30</u> : <u>100</u> (5) 所以100隻雞可換 <u>10</u> 隻豬。	豬	羊	雞	<u>2</u>	<u>6</u>			<u>3</u>	<u>10</u>	2	6	20	10	30	100	可以不用畫出表格；提醒同學找到關聯，大家都有以羊為交易工具，羊就是兩者的關聯。
豬	羊	雞														
<u>2</u>	<u>6</u>															
	<u>3</u>	<u>10</u>														
2	6	20														
10	30	100														

五、

下圖的天平呈現了不同物品的重量關係，例如，6個三角形的重量等於2個圓形。請依照圖形所給定的關係，求出三角形、圓形、正方形重量的連比。

求 $\triangle : \bigcirc : \square = \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}} : \underline{\hspace{1cm}}$



依下列提示依序作答	不需提示，直接作答												
(1)  重量： 重量 = <u>1</u>：<u>3</u> (※寫下答案之前，想清楚哪一個比較重)													
(2)  重量： 重量 = <u>4</u>：<u>3</u> (※寫下答案之前，想清楚哪一個比較重)													
(3) <table><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>↓</td><td>4</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>12</td><td>9</td></tr></table>				1	3		↓	4	3	4	12	9	
													
1	3												
↓	4	3											
4	12	9											



請同學在 ☒ 選擇你要解決的題目，並完成解題。

一、基礎考驗：

- ☐ 1. 已知 $a:b=5:7$ ， $a:c=10:9$ ，則 $a:b:c=$ 10:14:9。
- ☐ 2. 有一個長方體，長、寬、高的比為4:3:2，若寬為12公分，則長為16公分；高為8公分。
- ☐ 3. 阿男調查班上同學上學的方式，發現走路上學和騎腳踏車上學的人數比為7:6，騎腳踏車上學的人和父母接送的人數比為6:1；則走路上學、騎腳踏車上學和父母接送人數的連比為7:6:1。

二、進階挑戰：

- ☐ 4. 已知 $x:y=5:7$ ， $y:z=3:2$ ，則 $x:y:z=$ 15:21:14。
- ☐ 5. 已知 $a:c=5:7$ ， $b:c=4:3$ ，則 $a:b:c=$ 15:28:21。

三、神的境界：

- ☐ 6. 已知 $7a=5c$ ， $3b=4c$ ，則 $a:b:c=$ 15:28:21。
- ☐ 7. 已知 $\frac{2}{3}x = \frac{1}{2}y$ ， $\frac{3}{4}x = \frac{1}{2}z$ ，則 $x:y:z=$ 6:8:9。

筆記欄

差異化數學教材 / 鄭章華 主編

— 初版 — 新北市三峽區：國家教育研究院，2016.12

1. 數學教育
2. 中學教育
3. 教材與教法

主編者：鄭章華

作者：林成財、賴彥男

（依姓氏筆畫順序排列）

出版者：國家教育研究院

編審者：數學差異化教材研發編輯小組

召集人：鄭章華

編輯小組：余采玲、林成財、潘金龍、賴彥男

（依姓氏筆畫順序排列）

出版年月：106 年 12 月

版次：初版

