

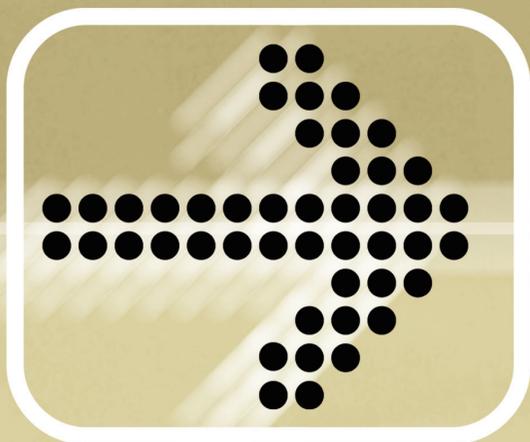
差異化國民中學數學教材

解一元一次方程式



國家教育研究院

數學差異化教材研發編輯小組



單元

解一元一次方程式

解一元一次方程式

1 / 實作體驗

讀心術：吉普塞人祖傳的神奇讀心術，它能算出你的內心感應

提示：

1. 任意選擇一個兩位數(從10~99之間任意選擇一個數)，把這個數的十位數與個位數相加，再把任意選擇的數減去這個和。

例如：你選的數是23，然後 $2+3=5$ ，然後 $23-5=18$

2. 在圖表中找出與最後得出的數所對應的圖形，並把這個圖型牢記心中，然後點水晶球。妳會發現，水晶球所顯示出來的圖形就是剛剛心裡記下的那個圖形。



請寫下你選擇的數：

討論

這是魔術還是數學？你的理由是？

2 / 數學小故事



益古集



測圓海鏡

中國古代對於代數學也有相當的研究，金代數學家李冶在其著作《測圓海鏡》、《益古演段》，以及元代數學家朱世傑的《算學啟蒙下卷》《四元玉鑿》，都系統地介紹了用天元術建立二次方程；元代數學家王恂也廣泛使用天元術解高次方程。在中國數學史上最早創立天元概念的是北宋 蔣周所著的《益古集》，其中「元」代表代數符號，「次」為代數符號的次方數，這個單元的「解一元一次方程式」表示解決只有一個未知數的問題。

在天元術中，一次項係數旁記一「元」字(或在常數項旁記一「太」字)。「元」以上的係數表示各正次幂，「元」以下的係數表示常數項和各負次幂。例：李冶《測圓海鏡》第二卷第十四問方程中： $6x+96=0$ 以下圖表示

資料來源：維基百科<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/天元術>

$$\begin{array}{c} \perp \\ \text{元} \\ \text{三} \\ \perp \end{array}$$

上面式子中只有一種未知數，且未知數最高的次方數為一次的等式，稱為一元一次方程式。

3/ 一元一次方程式

在日常生活中，常遇到數與量的問題，都可以用數學式子來表示；在上一個單元已經學過如何將文字敘述改寫成代數式，只要再根據題意就可以列出方程式。

例如：阿男到超商買了一杯29元的飲料，和一個25元的麵包，付完錢後皮包裡還剩150元，則阿男原本有多少錢？

(1)以□代替阿男原本有的錢，可表示為 $\square - 29 - 25 = 150$

(2)以 x 代替阿男原本有的錢，可表示為 $x - 29 - 25 = 150$

(3)以 y 代替阿男原本有的錢，可表示為 $y - 29 - 25 = 150$

上述的3個式子中，各自都只有一種未知數，且未知數最高的次方數為1次的等式，稱為「一元一次方程式」。

任務 1

一元一次方程式的列式

文字敘述	列成一元一次方程式
比 x 大7的數是12	$x + 7 = 12$
比 y 小2的數是-5	
a 的4倍等於28	
比 b 的2倍多12的數是18	
比 c 的一半少6的數是27	

任務 2

阿忠買了5杯珍珠奶茶，付了1000元，找回875元，假設珍珠奶茶每杯 x 元，請依題意可列出一元一次方程式。

依提示作答	直接作答
(1)珍珠奶茶每杯 x 元， 則5杯共_____元(以 x 表示)	
(2)共花費多少元？ (付出的錢扣掉找回的錢，只需列式，不必算出)	
(3)列出方程式？(珍珠奶茶5杯的錢等於所花費的錢)	

4/ 解一元一次方程式

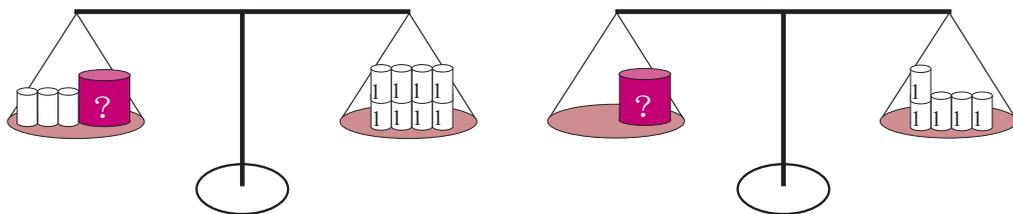
在小學已經學過「等量公理」，等號兩側同加、同減、同乘或同除一個非零的數，最後的結果會是一樣的。在國中階段我們將應用等量公理解方程式。如下列式子所示：

老師講解1：

$$x+3=8$$

$$\rightarrow x+3-3=8-3$$

$$\rightarrow x=5$$



老師 **講解1**：解一元一次方程式 $2y=y+16$

$$2y=y+16$$

$$\Leftrightarrow 2y-y=y+16-y \text{ (同減未知數)}$$

$$\Leftrightarrow y=16$$

透過等量公理我們可以順利解出 x 的值為 5 以及 y 的值為 16。

老師 **講解2**：解一元一次方程式 $5a-3=a+13$

等量公理	移項法則
$5a-3=a+13$	$5a-3=a+13$
$\Leftrightarrow 5a-3+3=a+13+3$ 等號兩邊同時+3	$\Leftrightarrow 5a-a=13+3$
$\Leftrightarrow 5a=a+16$	把-3移項到另一邊變成+3
$\Leftrightarrow 5a-a=a+16-a$ 等號兩邊同時減 a	$\Leftrightarrow 4a=16$ 把 a 移項到另一邊變成 $-a$
$\Leftrightarrow 4a=16$	$\Leftrightarrow a=4$ 等號兩邊同除以4
$\Leftrightarrow a=4$ 等號兩邊同除4	代回原式驗算：
代回原式驗算：左式 $5 \times 4 - 3 = 17$	左式 $5 \times 4 - 3 = 17$
右式 $4 + 13 = 17$ 符合	右式 $4 + 13 = 17$ 符合

數學擬題 請你發揮創意，設計一元一次方程式的解為 $x=3$ 的數學題，來考考同學，並請**提供答案**。

老師 **講解3**：解一元一次方程式 $-5z+5=-z+16$

等量公理	移項法則
$-2z+5=-z+16$	$-2z+5=-z+16$
$\Rightarrow -2z+5-5=-z+16-5$ 等號兩邊同時 -5	$\Rightarrow -2z+z=16-5$
$\Rightarrow -2z=-z+11$	把 $+5$ 移項到另一邊變成 -5
$\Rightarrow -2z+z=-z+11+z$ 等號兩邊同時 $+z$	$\Rightarrow -z=11$
$\Rightarrow -z=11$	把 $-z$ 移項到另一邊變成 $+z$
$\Rightarrow z=-11$ 等號兩邊同乘 -1	$\Rightarrow z=-11$ 等號兩邊同乘 -1
代回原式驗算：左式 $(-2)\times(-11)+5=27$	
右式 $-(-11)+16=27$	

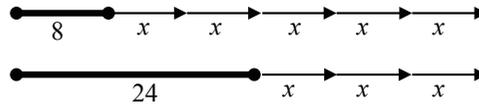
教學提醒：

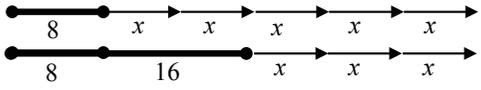
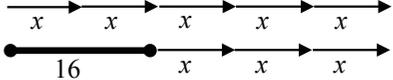
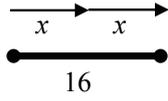
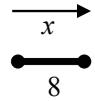
由上面可以觀察出：

移項法則是等量公理的延伸，「移項法則」只是簡化「等量公理」的步驟，可以更快速的解出未知數，移項法則跟等量公理皆可用來解決一元一次方程式的題目。

任務 1

解一元一次方程式 $5x + 8 = 3x + 24$



依提示作答	直接作答
<p>(1) 已知圖1的兩條數線等長，請在框框中寫出圖1所表示的方程式：</p>  <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>	
<p>(2) 請在框框中寫出圖2所表示的方程式：</p>  <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>	
<p>(3) 請在框框中寫出圖3所表示的方程式：</p>  <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>	
<p>(4) 請在框框中寫出圖4所表示的方程式：</p>  <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>	
<p>(5) 將解出的答案代回方程式驗算</p> <p>左式：$5 \times 8 + 8 = 48$</p> <p>右式：$3 \times 8 + 24 = 48$</p>	

數學擬題

請你發揮創意，設計一元一次方程式的解為的數學題目來考考同學，並請提供答案。

小試身手

- () x 加7等於13，列出方程式？ (1) $x+7=13$ (2) $x=13+7$ (3) $7x=13$
- () x 加7等於13，則 $x=?$ (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8
- () $x=3$ 是下列哪一個一元一次方程式的解？
(1) $2x+3=3$ (2) $3x+3=9$ (3) $2x+3=9$ (4) $2x+1=5$
- () x 的7倍等於28，則 $x=?$ (1) $-\frac{14}{3}$ (2) $\frac{7}{2}$ (3) 4 (4) 196
- () x 的6倍加3等於45，則 $x=?$ (1) $\frac{27}{2}$ (2) $\frac{15}{2}$ (3) 6 (4) 7

老師 **講解4**：解一元一次方程式 $3(x-5)=2(x+2)$

$\Rightarrow 3x - 15 = 2x + 4$	將方程式展開
$\Rightarrow 3x - 15 + 15 = 2x + 4 + 15$	等號兩邊同加15
$\Rightarrow 3x = 2x + 19$	化簡
$\Rightarrow 3x - 2x = 2x + 19 - 2x$	等號兩邊同減 $2x$
$\Rightarrow x = 19$	化簡

任務 2

解一元一次方程式 $4(x-1)=4-3(x-2)$

依提示作答	直接作答
(1) 展開並將方程式化簡 $4(x-1)=4-3(x-2)$	
(2) 在等號兩邊同加4，並將方程式化簡	
(3) 在等號兩邊同加 $3x$ ，並將方程式化簡	
(4) 將解出的解代入方程式驗算 等號左邊： 等號右邊：	

老師 **講解5**：解一元一次方程式 $3x = \frac{2}{3}x - 16$

$$\Leftrightarrow 6x = 2x - 48$$

兩邊同乘3

$$\Leftrightarrow 6x - 2x = 2x - 48 - 2x$$

兩邊同減 $2x$

$$\Leftrightarrow 4x = -48$$

化簡(兩邊同除以4)

$$\Leftrightarrow x = -12$$

任務 3

解一元一次方程式 $\frac{1}{3}x - 3 = \frac{1}{4}x$

依提示作答	直接作答
(1) 在等號兩邊同乘12(分母的最小公倍數)，並將方程式化簡	
(2) 在等號兩邊同加36，並將方程式化簡	
(3) 在等號兩邊同減 $3x$ ，並將方程式化簡	
(4) 將解出的解代入方程式驗算 等號左邊： 等號右邊：	

小試身手

求方程式中 x 的解。 $2(x-3) = -4x$ ， $x = ?$

數學擬題

請你發揮創意，設計一元一次方程式的題目，愈難愈好！並請提供答案。

自我評量

請同學選擇你要解決的題目並在題號前空格內打勾 。

● 基礎考驗：解下列一元一次方程式

1. $x - 17 = 25$ 則 $x = ?$ (1) 8 (2) -8 (3) 42 (4) -42

2. $2y + 6 = -6 + y$ 則 $y = ?$ (1) -12 (2) -4 (3) 0 (4) 12

3. $-9x = 63$ 則 $x = ?$ (1) 9 (2) -9 (3) 7 (4) -7

● 進階挑戰：解下列一元一次方程式

4. $2x + 18 = 10$

5. $5 - 3y = 20$

6. $12 + 3z = 60 - 9z$

● 神的境界：解下列一元一次方程式

7. $2(x - 4) - (3x + 4) = -20 + 7x$

8. $2(x - 4) - (x - 4) = -22 + 7x$

9. $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$

差異化數學教材 / 鄭章華 主編

-- 初版 -- 新北市三峽區：國家教育研究院，2016.12

1. 數學教育
2. 中學教育
3. 教材與教法

主編者：鄭章華

作者：林成財、賴彥男

(依姓氏筆畫順序排列)

出版者：國家教育研究院

編審者：數學差異化教材研發編輯小組

召集人：鄭章華

編輯小組：余采玲、林成財、潘金龍、賴彥男

(依姓氏筆畫順序排列)

出版年月：105 年 12 月

版次：初版

電子全文可至國家教育研究院網站 <http://www.naer.edu.tw> 免費取用

(歡迎使用，請註明出處)

