

素養導向數學教材

直角三角比

教師手冊



國家教育研究院

十二年國民基本教育數學素養導向教材研發編輯小組

直角三角比

從古埃及的金字塔到今日的房屋、橋樑、隧道等建築工程，從精確地圖的繪製到天文上的觀測，「測量」一直與人類的生活息息相關，而三角學正是測量所倚重的基礎理論。本教材將介紹如何應用直角三角形的三角比來作測量。

本教材從數學家的故事切入，透過測量與紀錄同一時間、地點，不同物體的影長及其高度之間的關係，發現物體高度、影長與光線三者所產生的直角三角形所對應的銳角度數的關係。由不同物體的高度與影長關係的討論引入計算方式與 $\tan A$ 的關係，並討論用角度或邊長比值來解決測量的問題，利用測量與比較發現 $\cos A$ 、 $\sin A$ 等直角三角比。其間，透過不同的任務，如操作測量、計算比較、運算推理、實際解決問題等活動，逐步發展直角三角比(直角三角形的邊長比值)的概念，角度改變時三角比的變化，並處理相關的生活應用問題。

與以往教材不同之處，在於我們從數學家故事引入實作測量的討論，讓學生理解數學知識的定義與生活中的問題解決有其關聯性，讓學生不再覺得 $\tan A$ 是一個符號，而是有其解決生活中測量問題的意義。

教材安排上，透過活動與任務，以方格紙(以1公分為單位)的繪圖來紀錄與討論不同角度的直角三角形，並將其邊長比做比較，讓學生發現並理解其關聯性與對應，提供學生實作的經驗，以發展其測量與計算的能力。同樣的透過實作與測量讓學生有機會利用三角形相似性質來指出兩股間的比值不變， $\tan A$ 表示此比值。之後藉由特定邊長的直角三角形來練習 $\tan A$ ，並使用斜邊、對邊、鄰邊來引入 $\tan A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 。

本教材另一個特色在於因應科技日新月異，我們在課程中除介紹特殊角度的直角三角比外，另介紹計算機的三角比按鍵，讓學生有機會使用計算機做運算，以具備解決生活實際應用的能力。由於108新課綱在國中部分僅要求理解相似直角三角形邊長比值的不變性，及對直角三角形的一個銳角定義「斜邊」、「鄰邊」、「對邊」，並引入符號 $\tan A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 。所以本教材僅用直角三角比來探討問題，並只處理給定一邊的長和一個銳角的角度，決定另一邊的邊長的計算；不另外提及三角函數的對應與變化等關係，此部分仍留待高中的課程再做處理。

單元目標

1. 認識直角三角比在測量上的應用方式。
2. 透過測量與紀錄同一時間、地點，不同物體的影長及其高度之間的關係，發現物體高度、影長與光線三者所產生的直角三角形所對應的銳角度數的關係；由於同一時間、地點光線平行，其與地面所成的銳角度數相等，且物體立於地面皆呈垂直關係，學生由測量活動發現不同物體的高度與影長所成的比值關係所形成的不同大小的直角三角形，其對應的銳角度數相等。
3. 認識直角三角比 $\tan A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 的意義。
4. 計算特殊角的直角三角比。
5. 透過計算機的直角三角比 ($\tan A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$) 的按鍵，幫助解決生活中的應用問題。

學習表現

依據十二年國民基本教育數學領域課程綱要 (104.12草案)

S-IV-12 理解直角三角形中某一銳角的角度決定邊長的比值，認識這些比值的符號，並能運用到日常生活的情境解決問題。

學習內容

- S-9-4 相似直角三角形邊長比值的不變性：直角三角形中某一銳角的角度決定邊長比值，該比值為不變量，不因相似直角三角形的大小而改變。
- S-9-5 直角三角形的三角比：對直角三角形的一個銳角定義「斜邊」、「鄰邊」、「對邊」，並引入符號 $\tan A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$ ；直角三角形內，給定一邊的長和一個銳角的角度，決定另一邊的邊長。(學生無使用計算機時，角度限於30度、45度、60度)

備註

- S-9-5 直角三角形的三角比：建議由特殊直角三角形30-60-90及45-45-90的直角三角形引入日常生活中常見的「測量活動」物體高度與影長比固定，來定義 $\tan A$ 的值，再延伸至 $\sin A$ 與 $\cos A$ 。使學生熟悉基本定義即可，勿過度延伸。

- 本階段學習內容為「直角三角比」，屬於數值三角，而非「三角函數」，教師在教學時，不宜以「三角函數」一詞稱之。

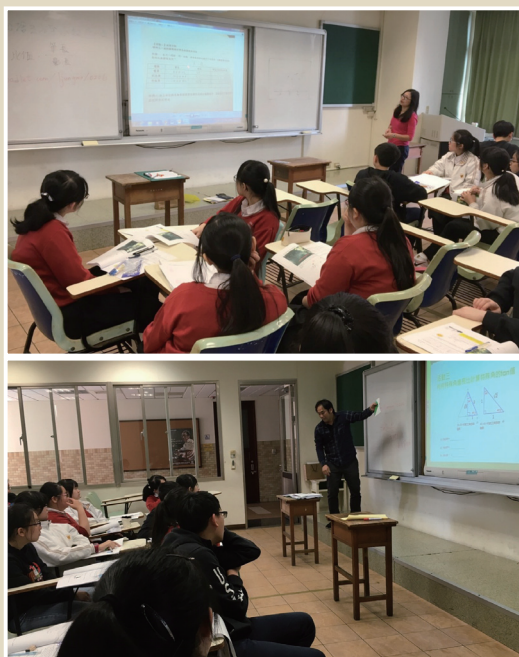
直角 三角比於課綱中之調整與銜接

原先在 83 年課程標準、74 年課程標準與 61 年課程標準均有放入銳角三角函數的內容，以 83 年課程標準所出版的數學教科書(國立編譯館，2000)為例，將銳角三角函數放到第六冊的選修數學，其標題為「銳角三角函數及其簡易應用」，在基礎篇中，課本營造問題情境，並界定鄰邊、對邊與複習相似形的概念，而後教授兩個特殊直角三角形($30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 與 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$)的邊長比，才介紹正弦、餘弦與正切函數的概念，至於餘切、正割與餘割函數的概念因時間與篇幅關係略去不教，並明確說明商數關係、平方關係與餘角關係；在應用篇中，課本介紹作圖法、查表法與運用電算器求三角函數值，之後進行三角函數的簡單應用。

自九年一貫實施後，三角函數這個單元已經沒有再出現於國中的課程綱要與教科書中，雖然高中數學課程也對此單元做了鋪陳，然而整體成效未如早期課程安排分屬於國中、高中二階段的學習方式。因此十二年國民基本教育數學領域課程綱要(104.12草案)參考以往的數學課程標準與其他國家的做法，以及考量三角函數的學習銜接與成效，直角三角比似乎可以放入國中階段的九年級教授。教學內容可聚焦在直角三角形特殊角的邊角性質與應用，並引入電算器，至於在以往課程所教授的三角函數關係：倒數關係、平方關係與商數關係與餘角關係，仍建議延後至高中數學教授。

在探討相似三角形的性質後，由於直角三角形只有一個變量，兩個直角三角形，只要知道其中一組銳角對應相等，這兩個直角三角形便相似。而相似三角形的對應邊長會成比例，它的另一種表現方式為三角形任何兩個邊長的比與其相似三角形的邊長比相等。因此，可以將直角三角形的任意兩個邊長比分別定為六個三角函數。本次課程綱要在國中階段的調整僅強調直角三角比：直角三角形的其中三種邊長比 $\tan A$ 、 $\sin A$ 、 $\cos A$ ，並利用這三種邊長比來解決生活中許多與相似相關的問題。至於高中階段才去討論三角函數，以及三角函數的關係，並在進行探究之後，才運用正弦定理和餘弦定理描述三角形邊和角的關係，並利用它來了解多邊形的邊和角的精確關係。

1. 教師複習相似形、直角三角形相關概念與名詞。
2. 金字塔是哪一種立體圖形？
3. 什麼是金字塔的高度？請同學畫出立體透視圖，並在透視圖中標示金字塔的高度。
4. 提醒同學，理化曾教過光的行進方向為直線，且同一光源平行之概念。
5. 光線在同一時間、地點與地面所產生的夾角才會相同。(測量活動)
6. 測量時要在光線充足處，測量值才會精準。(測量活動)
7. 光源不夠高或光源遇物體會折射，在測量時會產生誤差，要盡量避免。(測量活動)
8. 教師在進行測量活動前，務必準備長度規格相同的蠟筆、彩色筆、白板筆，各組在進行測量活動時才能減少誤差產生。(測量活動)
9. 各組需要準備一把夠長的直尺(約30cm)、三角板、量角器。(測量活動)
10. 三支筆的圓心必須在同一直線上，且間距相同，以減少誤差，並容易觀察比較。(測量活動)
11. 計算 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 時，除使用計算機外，亦可從google搜尋引擎中查詢。例：



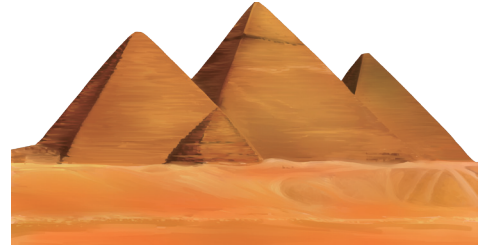
12. 建議分組學習使用，異質分組較佳。
13. 本單元可搭配手機及app使用kahoot及padlet進行即時小組競賽與貼牆討論，課堂實施時，學生反應熱烈。
14. 本單元搭配摺紙活動，讓學生藉由直角三角形邊長比例變化與圖形旋轉，觀察直角三角比的變化。

壹 金字塔高測量之謎

學前能力 已學過三角形全等或是相似性質。

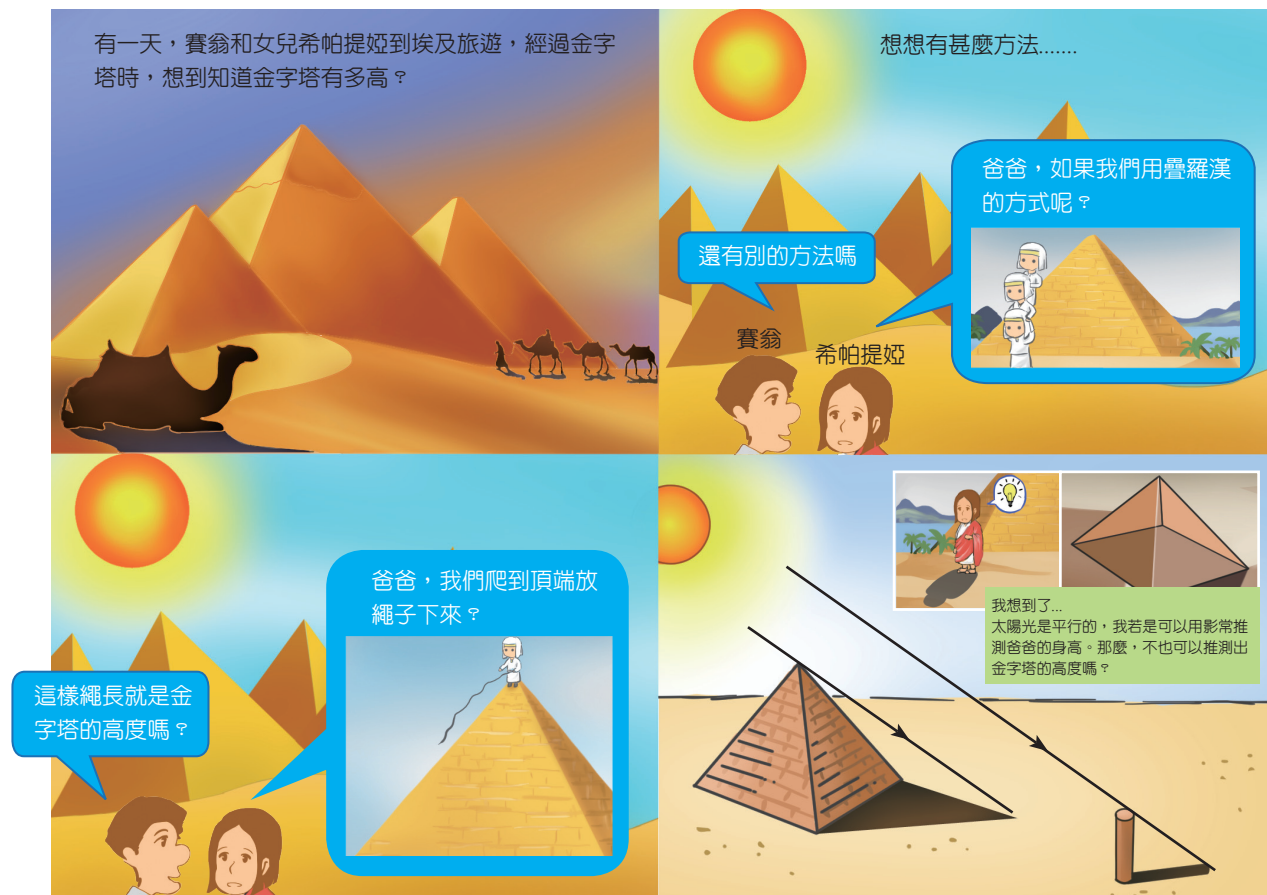
學習目標 會使用三角形全等或是相似性質進行間接測量。

古埃及所有金字塔中最大的一座，是第四王朝法老古夫王的金字塔。在西元1888年巴黎埃菲爾鐵塔完成前，它一直是世界上最高的建築物。你知道金字塔的高度要如何測量嗎？



我們先閱讀一個關於希臘數學家和金字塔的故事。

希臘女數學家希帕提婭【*H.ypatia*，約西元370~415】，父親席翁【*Theon*】是當時一位知名的學者、數學教授。她協助父親完成了歐幾里得〈幾何原本〉的評註與修訂。有一次，席翁刻意啟發女兒怎樣利用他們兩個人的影子來測量建築物的高度，並提議去金字塔所在地測量金字塔的高度。當席翁和希帕提婭騎駱駝向著金字塔前進時，席翁眼見駱駝背上的希帕提婭一副不安的樣子，知道希帕提婭還沒有想出測量金字塔的辦法。

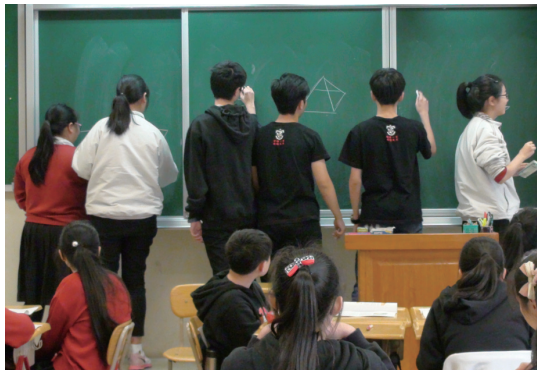


學生手冊 P1

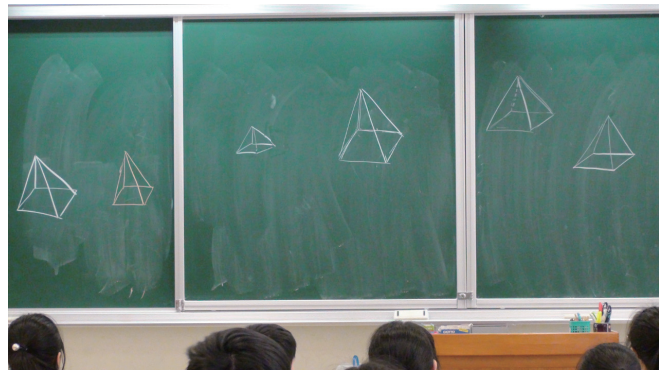
搭配學生手冊 P1

教師提問與教學建議事項

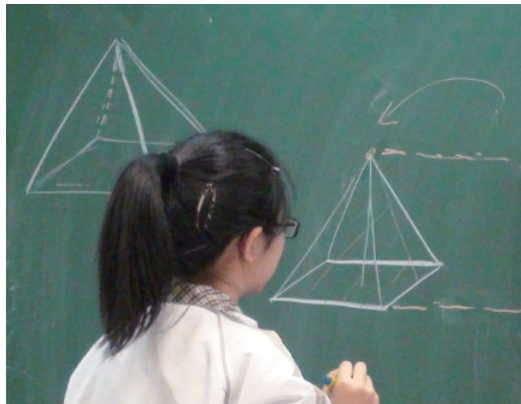
1. 教師引導學生進行數學閱讀。
2. 教師提問複習相似形、直角三角形相關概念與名詞。
3. 金字塔是屬於哪一種立體圖形?
4. 什麼是金字塔的高度? 請同學畫出立體透視圖，並在透視圖中標示金字塔的高度。



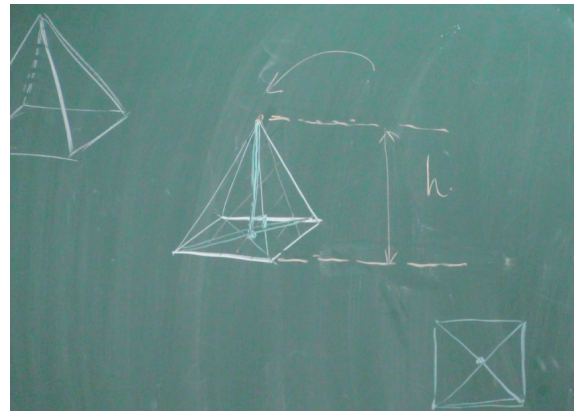
(1) 各組派代表上台畫出金字塔的透視圖



(2) 各組所畫出的金字塔透視圖



(3) 教師提問：請同學畫出金字塔的高度



(4) 學生代表畫出的金字塔高度位置

黃昏時，夕陽將他們的影子拉得長長的，希帕提婭跳下駱駝跟著父親一前一後向金字塔走去。希帕提婭回頭看見自己的身影和父親的身影重合在一起，發現此時夕陽剛好與他們的頭頂在一條直線上，想起可以用前幾天學過的相似三角形對應邊成比例來計算金字塔的高度（如圖一）。她把這突然想到的方法講給父親聽，席翁聽後欣慰地笑了。希帕提婭意會到這種辦法是對的，高興得朝著金字塔方向飛奔而去。

活動 1

若已知希帕提婭的身高

步驟 1 請利用圖1 說明希臘女數學家希帕提婭如何測量父親的身高？

已知希帕提婭的身高、父親及希帕提婭的影長

如圖所示，

希帕提婭的身高 = \overline{AC} 、父親身高 = \overline{BD}

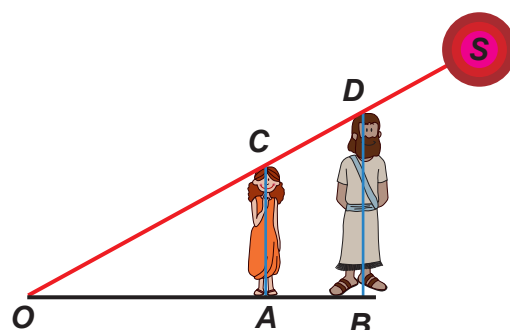
希帕提婭的影長 = \overline{OA} 、父親影長 = \overline{OB}

因光線與地面的夾角相同，且兩人與地面垂直

$\triangle COA$ 和 $\triangle DOB$ (AA相似)

則 $\overline{CA} : \overline{BD} = \overline{OA} : \overline{OB}$

$$\overline{BD} = \frac{\overline{CA} \times \overline{OB}}{\overline{OA}}$$



圖一 希帕提婭和父親的身高

步驟 2 請利用圖2 說明希臘女數學家希帕提婭如何測量金字塔的高度？

已知希帕提婭的身高、金字塔及希帕提婭的影長

如圖所示，

希帕提婭的身高 = \overline{AC} 、金字塔高 = \overline{BD}

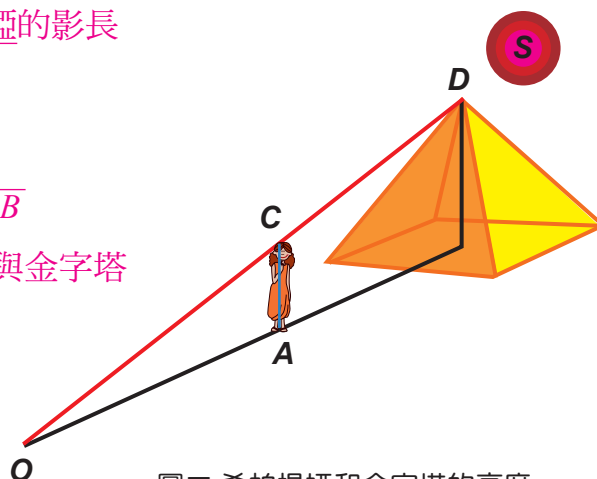
希帕提婭的影長 = \overline{OA} 、金字塔影長 = \overline{OB}

因光線與地面的夾角相同，且希帕提婭與金字塔與地面皆為垂直

$\triangle COA$ 和 $\triangle DOB$ (AA相似)

則 $\overline{CA} : \overline{BD} = \overline{OA} : \overline{OB}$

$$\overline{BD} = \frac{\overline{CA} \times \overline{OB}}{\overline{OA}}$$



圖二 希帕提婭和金字塔的高度

搭配學生手冊 P2

教師提問與教學建議事項

- 請學生閱讀金字塔測量的故事，並進行活動一。
 - 提醒學生閱讀策略
 - 圈出關鍵字
 - 進行摘要
 - 畫圖理解關係
 - 反思運用以前學過的知識進行推理
 - 綜合所發現的新事項。
- 請學生上台畫出圖形，並分別簡述自己所畫的圖形及關係。
- 活動一學生可能出現的反應如下：

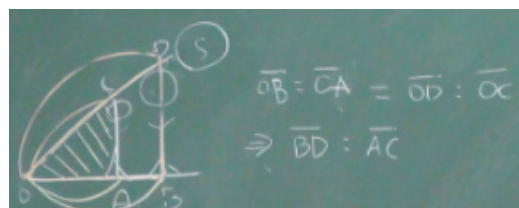
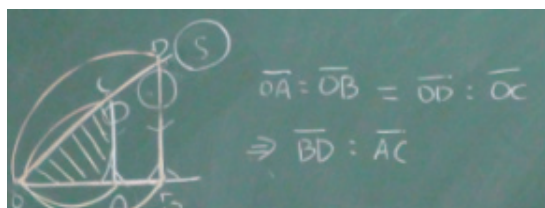
如上圖，學生所畫的圖形大致分成兩類，左邊仍具有生活情境；而右邊則已抽象成數學情境，並使用直角三角形來呈現。

保留圖形與生活情境	已完全抽象化成為數學式

- 中學生可能出現相似三角形其對應邊之比的錯誤，教師必須引導討論

例如：下圖第三組出現錯誤的比例關係，

經過討論後，由學生發現修改如下圖所示：



- 總結學生的討論與引導

- 學生能理解光線與地面所形成的角度相同。
- 人與物體皆與地面垂直。
- (1)、(2)兩者所形成的直角三角形具有AA相似性質。
- 兩個對應邊成比例，能推算出預測量物體的高度。
- 學生所取用的比例關係可能各有不同。

- 活動 1 中，學生可能的答題表現如下：

希帕提婭（希臘文：Ἥπατία；370年－415年），又譯作海芭夏、海帕西婭，著名的希臘化古埃及新柏拉圖主義學者，是當時名重一時、廣受歡迎的女性哲學家、數學家、天文學家、占星學家以及教師，她居住在希臘化時代古埃及的亞歷山卓，對該城的知識社群做出了極大貢獻。根據後世資料顯示，她曾對丟番圖的《算術》



（*Arithmetica*）、阿波羅尼奧斯的《圓錐曲線論》（*Conics*）以及托勒密的作品做過評註，但均未留存。從她的學生辛奈西斯（*Synesius of Cyrene*）寫給她的信中，可以看出她的知識背景：她屬柏拉圖學派——雖然我們只能假設她曾採納普羅提諾的學說（普羅提諾為公元三世紀時的柏拉圖門人，也是新柏拉圖學派的創始者）。另外有少許證據顯示，希帕提婭在科學上最知名的貢獻，為發明了天體觀測儀以及比重計。她最後被暴徒迫害殺死。2009年其生平被改編成西班牙電影《城市廣場》搬上銀幕。

資料來源：維基百科 <https://zh.wikipedia.org/wiki/希帕提婭>

泰勒斯（希臘語：Θαλῆς, *Thalês*，英語：*Thales*，約公元前624年 --- 公元前546年），又譯為泰利斯，公元前7至6世紀的古希臘時期的思想家、科學家、哲學家，希臘最早的哲學學派——米利都學派（也稱愛奧尼亞學派）的創始人。「科學和哲學之祖」，泰勒斯是古希臘及西方第一個有記載有名字留下來的自然科學家和哲學家。據說，埃及的大金字塔修成一千多年後，還沒有人能夠準確的測出它的高度。有不少人作過很多努力，但都沒有成功。

一年春天，泰勒斯來到埃及，人們想試探一下他的能力，就問他是否能解決這個難題。泰勒斯很有把握的說可以，但有一個條件——法老必須在場。第二天，法老如約而至，金字塔周圍也聚集了不少圍觀的老百姓。泰勒斯來到金字塔前，陽光把他的影子投在地面上。每過一會兒，他就讓別人測量他影子的長度，當測量值與他的身高完全吻合時，他立刻在大金字塔在地面的投影處作一記號，然後再丈量金字塔底到投影尖頂的距離。這樣，他就報出了金字塔確切的高度。在法老的請求下，他向大家講解了如何從「影長等於身長」推到「塔影等於塔高」的原理。也就是今天所說的相似三角形定理。

資料來源：<https://www.youtube.com/watch?v=cOIG80kBRVU>

搭配學生手冊 P3

教師提問與教學建議事項

- 下文為泰勒斯測量金字塔高度的故事，提供教師參考。
- 可請同學比較希帕提婭及泰勒斯的測量方法，說出異同處。
- 教師說明女性與男性在數學上的發現與成就皆因其敏銳的觀察能力而能有卓越的貢獻，鼓勵學生多觀察、多發現。

金字塔不但是埃及的象徵，也是人類文明史上最具代表性的遺跡之一。

據說在2600年前的埃及，有一位法老希望知道剛建好的金字塔有多高，便命令祭司去測量。可是金字塔是斜的，就算爬到塔頂，也測不出垂直高度，大家根本無計可施。法老非常生氣，同時懸賞可以求出答案的人。這個時候，古希臘著名的哲學家及數學家泰利斯正在埃及旅行，知道這件事之後，興致勃勃的想解決這個難題。

可是，日子一天一天過去，泰利斯始終想不出方法，苦惱得不得了。有一天，泰利斯走在路上，低頭想著事情，突然間看見自己的影子，就在這個時候，腦子裡的線路像是突然接通了一樣，「啪」的一聲靈感湧現，泰利斯興奮的叫了起來：「影子……影子……我想出辦法了！」

原來泰利斯發現，在一天中的某個時刻，一個人的影長會等於身高，而同一個時刻，任何物體的影高度長也都和它的高度相等。所以泰利斯身高的那一刻，命令助手測量金字塔的影長，就這樣測出了金字塔的高度。

一天之中影長和身高等長時，太陽和地面剛好成45度角。但是，其實不一定非得45度，任何時間，只要有影子，都可以簡單算出我們所要測量物體的高度。為什麼呢？原來在數學裡面有一種東西叫做「相似三角形」，也就是兩個形狀完全一樣，只是大小不同的三角形(就好像把其中一個用影印機放大或縮小而已)。

所以說，任何時刻，比方我們要測量一棵樹的高度，就先量出自己 and 樹的影長，然後比一比就知道了。舉例來說，如果老師的影長是50公分，樹的影長是120公分，而老師的身高是175公分，那麼表示： $50 : 120 = 175 : \text{樹高}$

因此，樹的高度就是420公分。簡單吧！



資料來源：<https://future.cwgv.com.tw/files/e101104s.pdf>

貳 影長和物體高度比值與角度-應用直角三角比 \tan 值

學前能力 已會使用三角形全等或是相似性質進行間接測量。

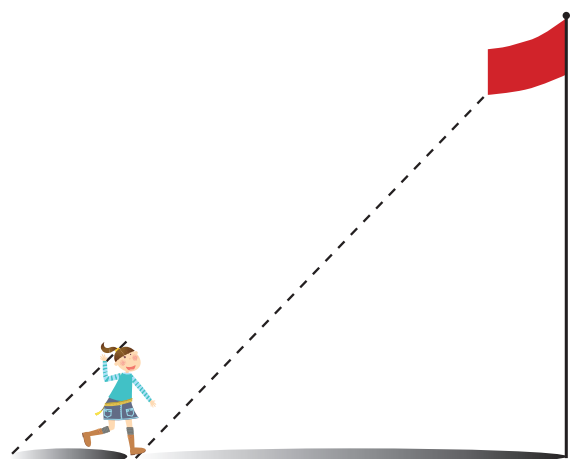
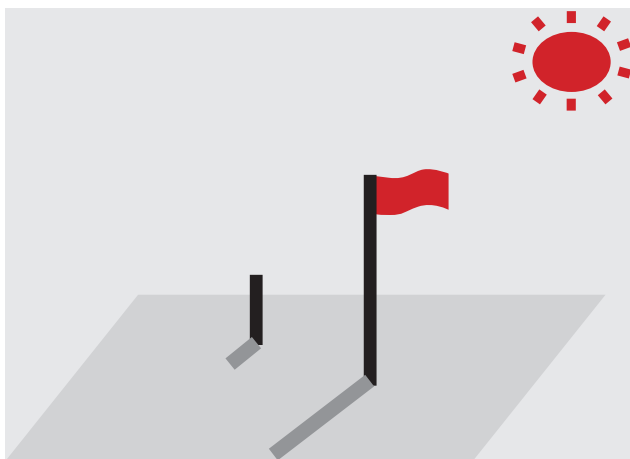
學習目標 使用直角三角比 \tan 值進行間接測量。



看圖想想看：太陽光線在同一時間地點照射到物體所產生的影子會有什麼關係？

上面的故事中，如果夕陽不是剛好與他們的頭頂在一條直線上，是否有方法，測量金字塔的高度呢？

看看下圖，想想看，在同一時刻、同一地區，兩個物體的高度與其影子之間的關係為何？



學生手冊 P4

活動 1

影長與物體高度比值與角度

工具：直尺、量角器、計算機

請使用老師提供長度規格相同的蠟筆、彩色筆、白板筆，進行接下來的測量活動。

教師提供長度規格相同的蠟筆、彩色筆、白板筆給各組進行接下來的測量活動。

(舉例如下表)

指引：請四~五人一組到走廊、窗台或操場等光源充足的地方進行筆長與影長的測量活動。

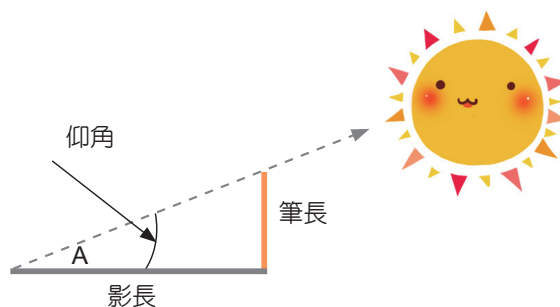
步驟 1 在同一時刻、同一地點，將測量結果紀錄於下面表格，並觀察筆長與影長的比值關係為何？

種類	筆長	影長	筆長和影長的比值
蠟筆	5.8公分	5.3	1.1
彩色筆	10.2公分	9.3	1.1
白板筆	14.1公分	12.8	1.1

步驟 2 小學時，我們已經學過如何測量仰角，如下圖，請將三種筆的筆長和影長的比值及仰角填入表格，並說明筆長與影長的比值與仰角 的關係。

(仰角請取最接近的整數值)

種類	筆長和影長的比值	仰角
蠟筆	1.1	48
彩色筆	1.1	48
白板筆	1.1	48



關鍵概念

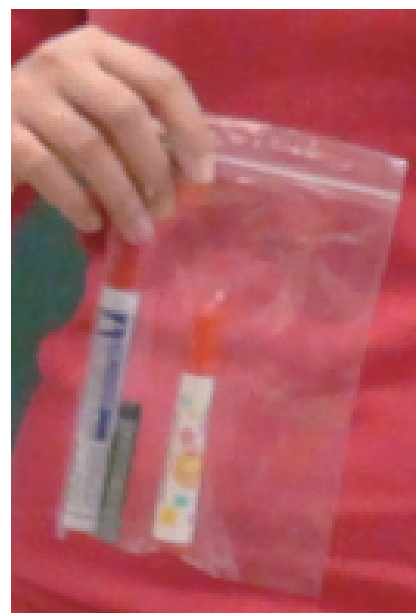
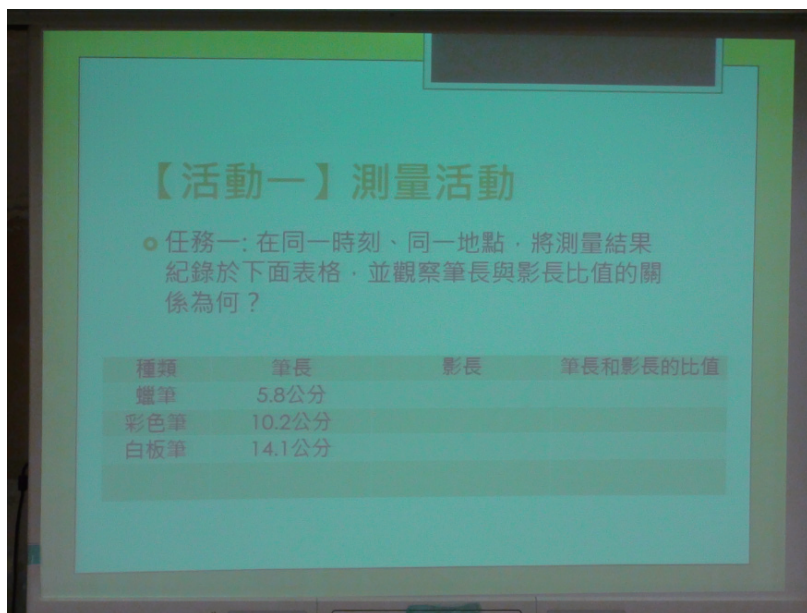
太陽光為平行光線，在同一時刻、同一地區，

- 兩個物體的影子長度與它們的高度會成比例。
- 所形成的不同大小的直角三角形的高度，其仰角皆會相等。
- 所形成的不同大小的直角三角形皆為相似三角形。

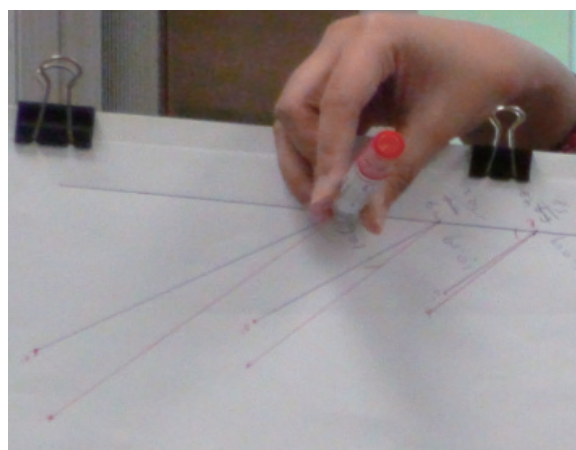
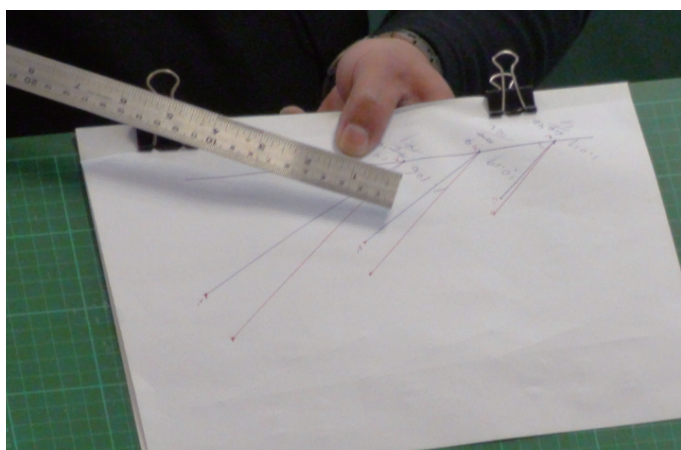
搭配學生手冊 P4、P5

教師提問與教學建議事項

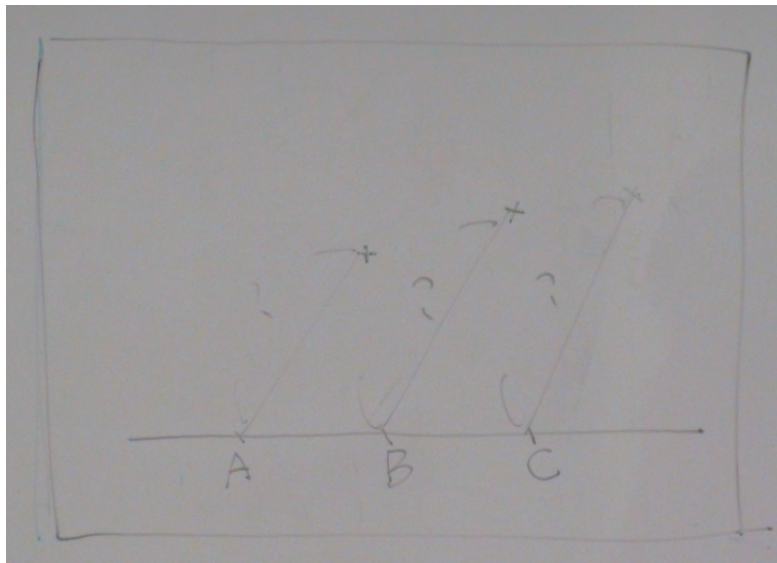
1. 提醒同學，理化曾教過光的行進方向為直線，且同一光源平行之概念。
2. 光線在同一時間、地點與地面所產生的夾角才會相同。(測量活動)
3. 測量時要在光線充足處，測量值才會精準。(測量活動)
4. 光源不夠高或光源遇物體會折射，在測量時會產生誤差，要盡量避免。(測量活動)
5. 教師在進行測量活動前，務必準備長度規格相同的蠟筆、彩色筆、白板筆，各組在進行測量活動時才能減少誤差產生。(測量活動)



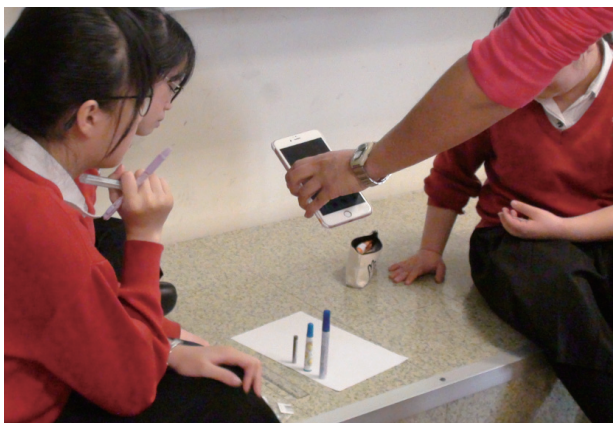
6. 各組需要準備一把夠長的直尺(約30cm)、三角板、量角器。(測量活動)
7. 三支筆的圓心必須在同一直線上，且間距相同，以減少誤差，並容易觀察比較。(測量活動)
 - 建議教師活動前自行執行一次測量活動，並將相關注意事項於學生實施活動前說明。
 - 須注意紀錄三支筆的影長所形成的線條須維持平行。



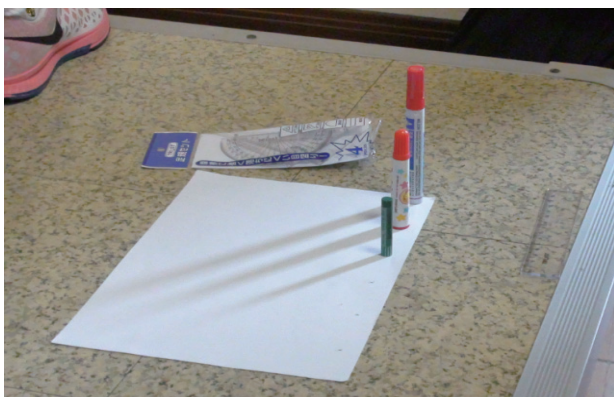
- 教師說明學生分組必須紀錄出的數據。



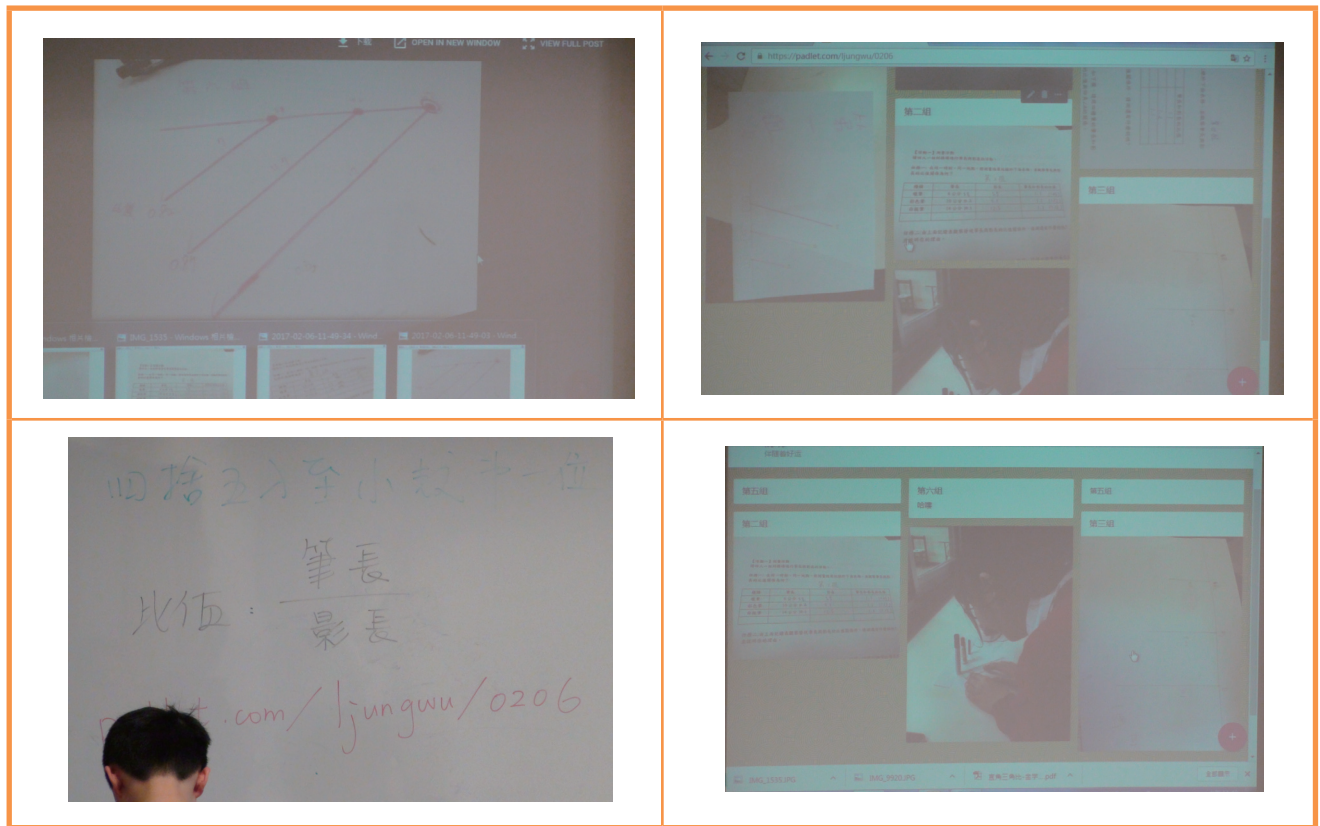
8. 學生可能會使用手機中的手電筒功能代替光源，所產生的影長容易產生不平行，進而導致測量誤差。



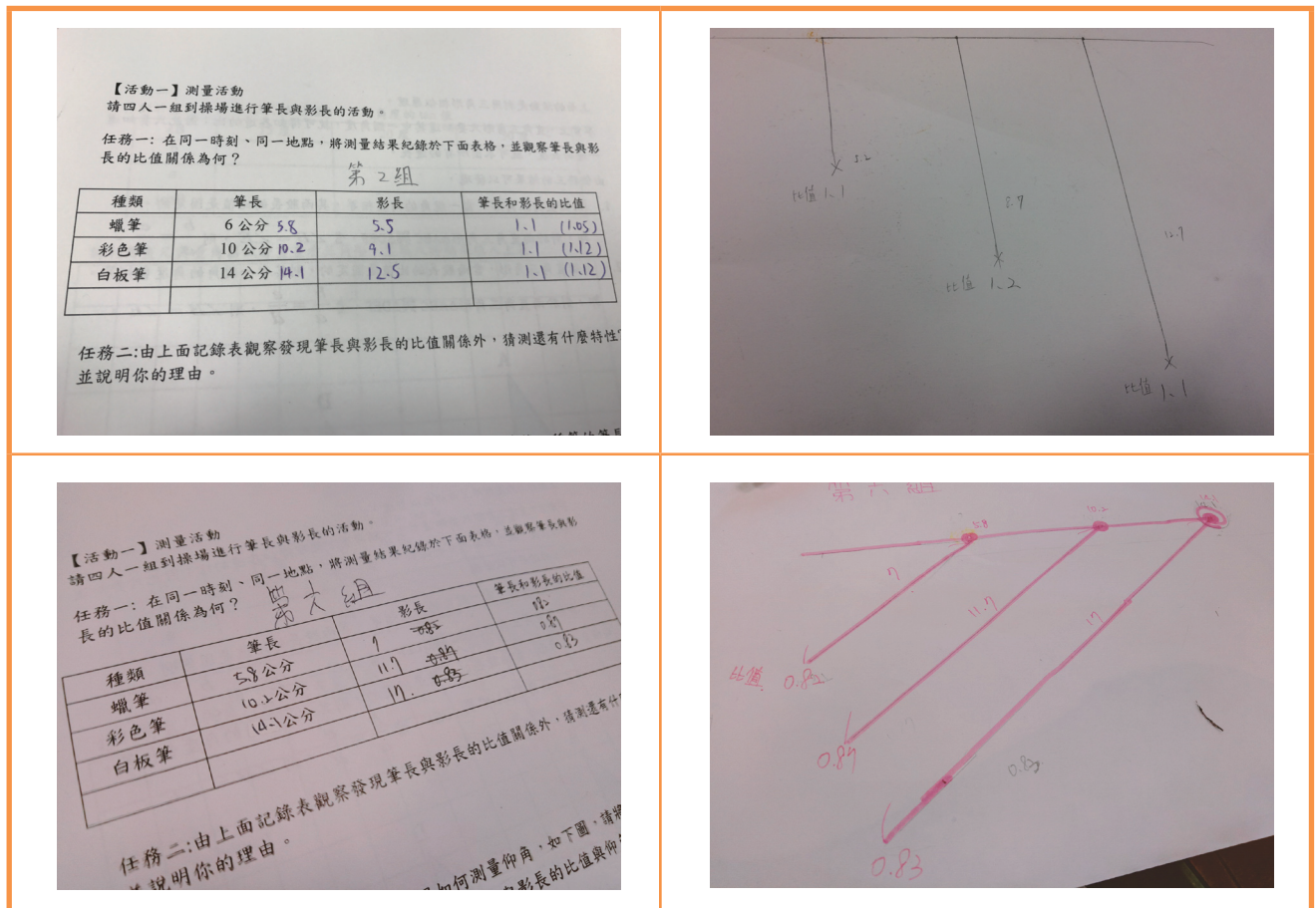
9. 光線不足下，可能產生影長不易測量的情形，必須請更換測量的地點，找到足夠的光源；窗台邊取得的太陽光相對穩定，很適合進行測量，影長不易有誤差。



10. 教師使用 *padlet* 數位工具，學生將紀錄的結果上傳至 *padlet* 後進行全班討論。



11. 活動 1，學生可能得答題表現如下：



【活動一】測量活動

請四人一組到操場進行筆長與影長的活動。

第四組

任務一：在同一時刻、同一地點，將測量結果紀錄於下面表格，並觀察筆長與影長的比值關係為何？

種類	筆長	影長	筆長和影長的比值
蠟筆	5.8公分	5.1	1.1
彩色筆	10.2公分	8.5	1.2
白板筆	14.1公分	13.0	1.1

任務二：由上面記錄表觀察發現筆長與影長的比值關係外，猜測還有什麼特性？並說明你的理由。

任務三：小學時，我們已經學過如何測量仰角，如下圖，請將四種筆的筆長和影長分別紀錄於表格，並說明筆長與影長的比值與仰角 $\angle A$ 的關係。

【活動一】測量活動

請四人一組到操場進行筆長與影長的活動。

5.0
 $\frac{5.8}{6.0}$

任務一：在同一時刻、同一地點，將測量結果紀錄於下面表格，並觀察筆長與影長的比值關係為何？

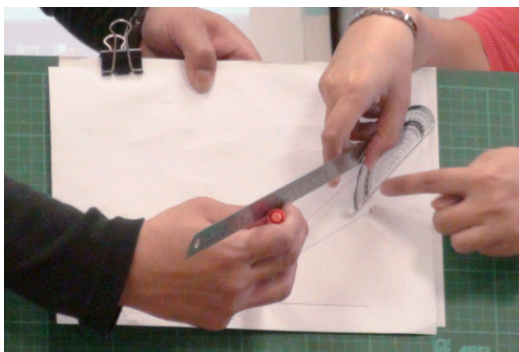
種類	筆長	影長	筆長和影長的比值
蠟筆	5.8 6公分	5.2	1.1
彩色筆	10.2 10公分	8.5	1.2
白板筆	14.1 14公分	12.9	1.1

任務二：由上面記錄表觀察發現筆長與影長的比值關係外，猜測還有什麼特性？並說明你的理由。

任務三：小學時，我們已經學過如何測量仰角，如下圖，請將四種筆的筆長和影長分別紀錄於表格，並說明筆長與影長的比值與仰角 $\angle A$ 的關係。

12 活動 2 在進行前，建議教師先說明測量方法與規則：

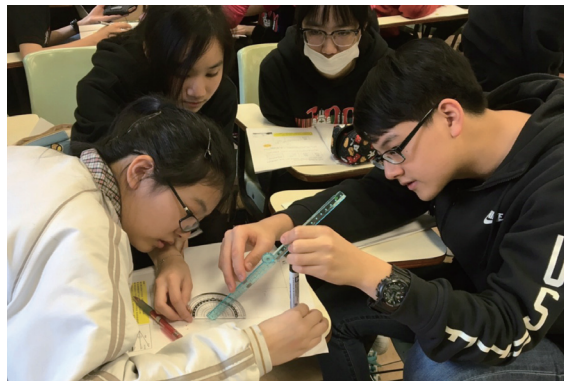
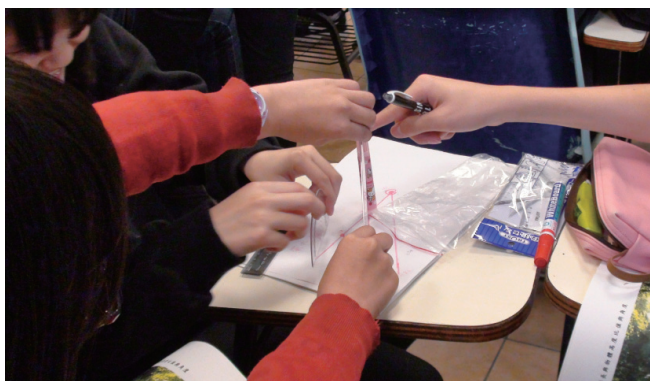
- 請學生連結影長的端點與筆的最高點，利用量角器與直尺，可測得仰角。
- 同學分別對三種不同的筆進行仰角的測量。
- 將測量結果記錄在學習單中。
- 各組將結果上傳至 *padlet*，進行全班討論。
- 教師說明，測量仰角時因測量工具限制，故可能產生誤差。



教師示範如何測量仰角



學生進行仰角測量



13. 任務三，學生可能得答題表現如下：

種類	筆長和影長的比值	仰角 $\angle A$
蠟筆	0.82	40°
彩色筆	0.87	40°
白板筆	0.83	40°

一：陽光視為平行光線，在同一時刻、同一地區，
每個物體的影子長度與它們的高度會成比例。

種類	筆長和影長的比值	仰角 $\angle A$
蠟筆	1.1	43
彩色筆	1.1	42
白板筆	1.1	45

一：陽光視為平行光線，在同一時刻、同一地區，
每個物體的影子長度與它們的高度會成比例。

第四組

種類	筆長和影長的比值	仰角 $\angle A$
蠟筆	1.1	47°
彩色筆	1.2	47°
白板筆	1.1	47°

第五組

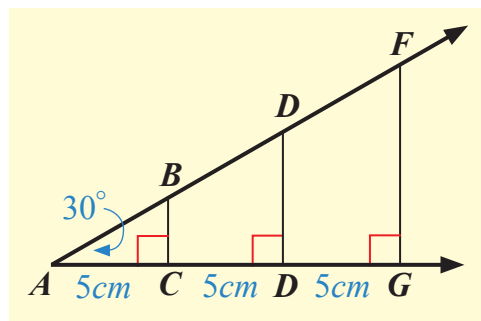
種類	筆長和影長的比值	仰角 $\angle A$
蠟筆	1.1	40
彩色筆	1.1	45
白板筆	1.1	47

活動 2

直角三角比 \tan 值

工具：直尺、量角器、計算機

步驟1 畫一個 30° 角並在其底邊每五公分處標出一個點，共標三個點 C 、 E 、 G ，並過此三點繪製垂直線段。



步驟2 測量每個直角三角形的邊，並完成表格。

直角三角形	鄰邊	對邊	$\frac{\text{對邊}}{\text{鄰邊}}$
$\triangle ABC$	$\overline{AC} = 5$ 公分	$\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \underline{\hspace{2cm}}$
$\triangle ADE$	$\overline{AE} = 10$ 公分	$\overline{DE} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}} = \underline{\hspace{2cm}}$
$\triangle AFG$	$\overline{AG} = 15$ 公分	$\overline{FG} = \underline{\hspace{2cm}}$	$\frac{\overline{FG}}{\overline{AG}} = \underline{\hspace{2cm}}$

步驟3 解釋 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 、 $\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$ 、 $\frac{\overline{FG}}{\overline{AG}}$ 三個值的關係，以及為何具有這樣的關係？

步驟4 對直角三角形中邊長的比例進行推測。用不同的銳角來測試你的猜想。

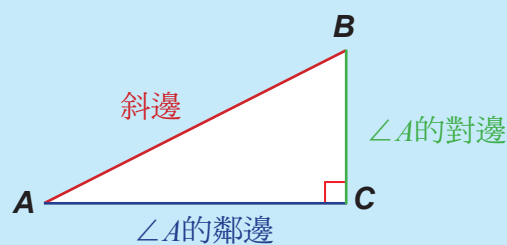
直角三角比是直角三角形中兩邊長的比例。可使用三角比例來查找直角三角形中的邊長或銳角的角度。對於給定的角度測量，直角三角形中邊長的長度比是恆定的，該比率稱為該角度的 \tan 值（讀音 *tangent*）。

關鍵概念

直角三角比 $\tan A$

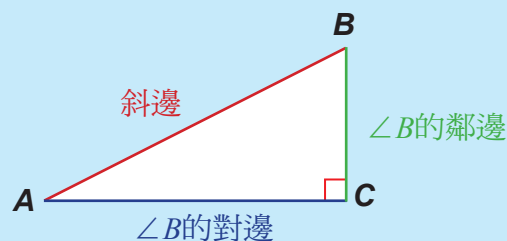
$\triangle ABC$ 是一個 $\angle A$ 為銳角的直角三角形， $\angle A$ 的 \tan 值（記作 $\tan A$ ）定義如下：

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的對邊長度}}{\angle A \text{ 的鄰邊長度}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$



餘角

在直角三角形中， $\angle A$ 和 $\angle B$ 互為餘角，所以可以用同一個圖形找到 $\tan A$ 及 $\tan B$ 。請特別注意 $\angle A$ 的鄰邊會是 $\angle B$ 的對邊， $\angle A$ 的對邊會是 $\angle B$ 的鄰邊。



活動 3

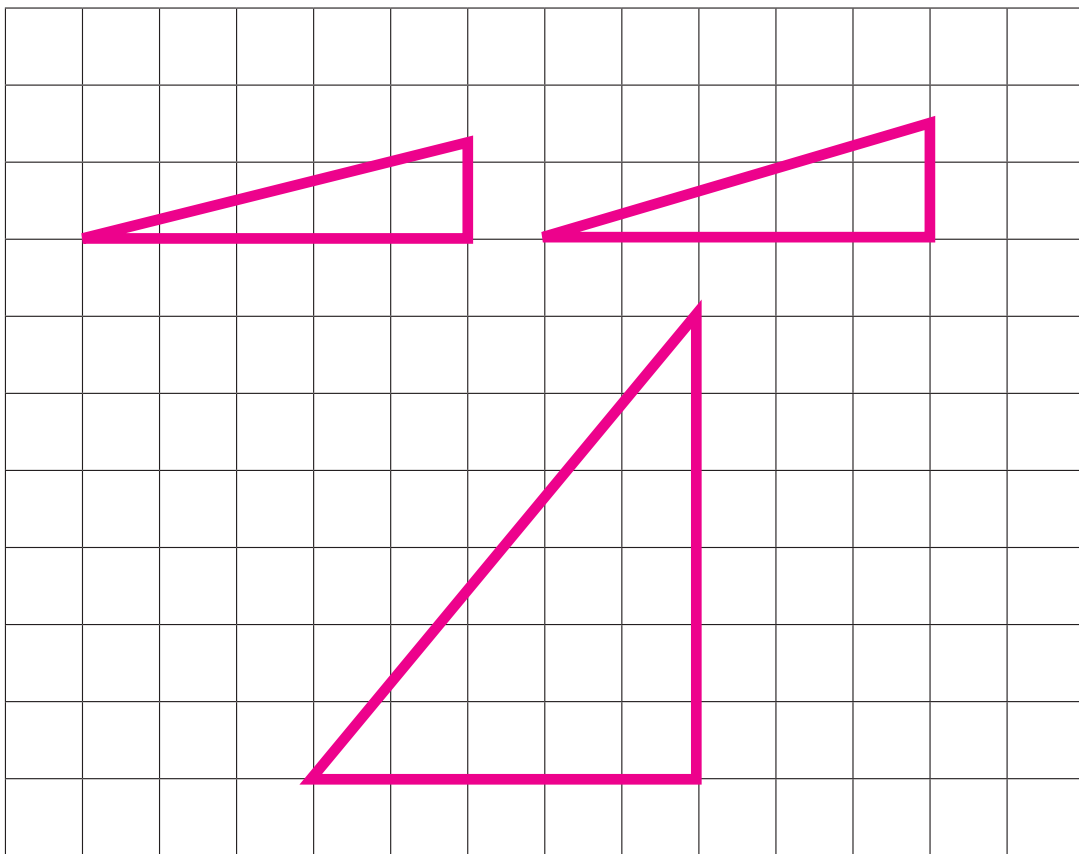
用不同的銳角來測試你的猜想

工具：直尺、量角器、計算機

步驟 1 計算對於直角三角形 ABC ，不同角度的 \tan 值

$\angle A$	15度	20度	50度
$\angle A$ 對邊	1.4	1.8	6
$\angle A$ 斜邊	5	5	5
$\tan A$	0.28	0.36	1.2

步驟 2 下圖為1公分的方格紙，請利用直尺與量角器試著畫畫看三角形，並填入將結果填入上表。



搭配學生手冊 P7

教師提問與教學建議事項

活動 3，學生可能得答題表現如下：

計算對於直角三角形 ABC(如左圖)，不同角度的 tan 值

$\angle B$	15 度	20 度	50 度
b	3	4	6
a	11	11	5
tanB	0.27	0.37	0.8

請利用直尺與量角器試著畫畫看三角形，並填入將結果填入上表

【活動二】
計算對於直角三角形 ABC(如左圖)，不同角度的 tan 值

$\angle B$	15 度	20 度	50 度
b	3	3.5	4
a	8.2	10	3.5
tanB	0.39	0.37	2.19

請利用直尺與量角器試著畫畫看三角形，並填入將結果填入上表

【活動二】
計算對於直角三角形 ABC(如左圖)，不同角度的 tan 值

$\angle B$	15 度	20 度	50 度
b	1.75	1.8	3.5
a	6.2	4.8	2.4
tanB	0.28	0.375	1.21

請利用直尺與量角器試著畫畫看三角形，並填入將結果填入上表

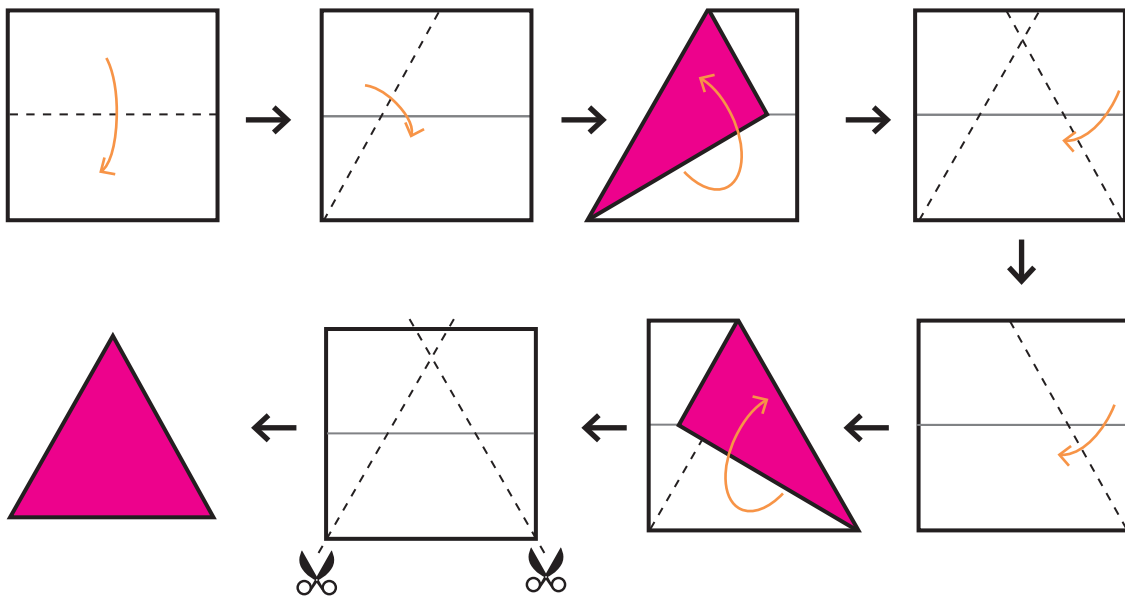
活動 4

使用特殊直角三角形求 \tan 值

工具：色紙、直尺、量角器、計算機

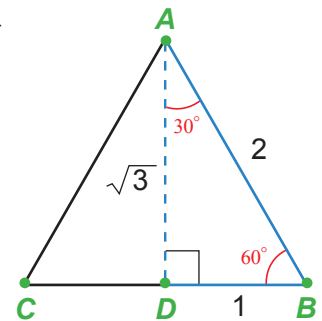
步驟 1 請用正方形色紙摺出正三角形

正方形色紙摺出正三角形

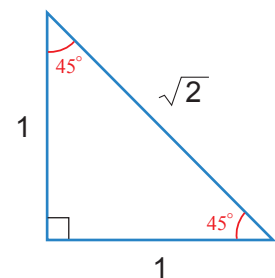


步驟 2 對摺正三角形色紙，我們可以得到 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 直角三角形。而所有的 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 直角三角形都是相似形，所以可以選擇 1 當作最短邊的長度來簡化計算，請利用它們的邊長比例關係，找出 $\tan 30^\circ$ 及 $\tan 60^\circ$ 的值為多少？

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ 及 $\sqrt{3}$

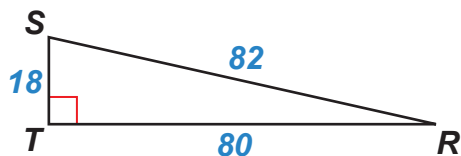


步驟 3 將正方形色紙對摺可得到 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 直角三角形。所有的 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 直角三角形亦都是相似形，選擇 1 當作最短邊的長度來簡化計算，利用它們的邊長比例關係，找出 $\tan 45^\circ = \underline{\hspace{1cm} 1 \hspace{1cm}}$



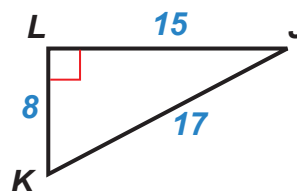
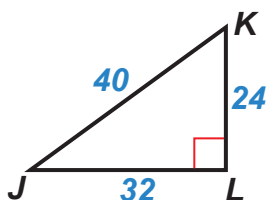
練習 1

求 $\tan S$ 與 $\tan R$ 。將答案寫成分數並算出其近似值（四捨五入至小數點第三位）。



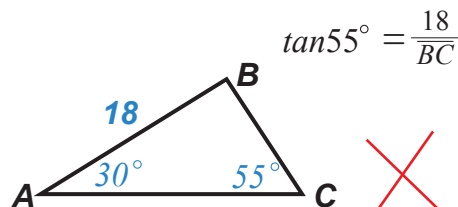
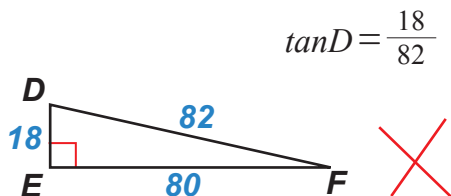
練習 2

求 $\tan J$ 與 $\tan K$ 。將將答案寫成分數並將其算出其近似值（四捨五入至小數點第三位）。



練習 3

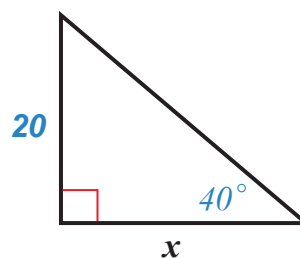
下面是兩位同學批改試題的狀況，請確認其是否批改正確，若批改正確，請說明正確答案為何？若批改錯誤，請指出錯誤之處。



練習 4

下列哪一個選項可表示圖示直角三角形中的 x 值。

- (A) $x = 20 \cdot \tan 40^\circ$ (B) $x = \frac{\tan 40^\circ}{20}$
 (C) $x = \frac{20}{\tan 40^\circ}$ (D) $x = \frac{20}{\tan 50^\circ}$

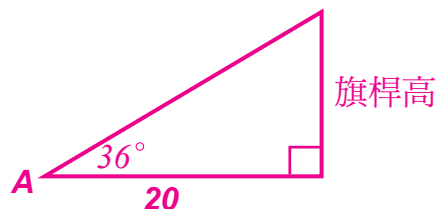


練習 5

小貝在離學校旗桿 20 公尺的點 A 處，測出旗桿頂端的仰角為 36° ，請計算旗桿的高度。

(已知 $\tan 36^\circ \approx 0.7265$)

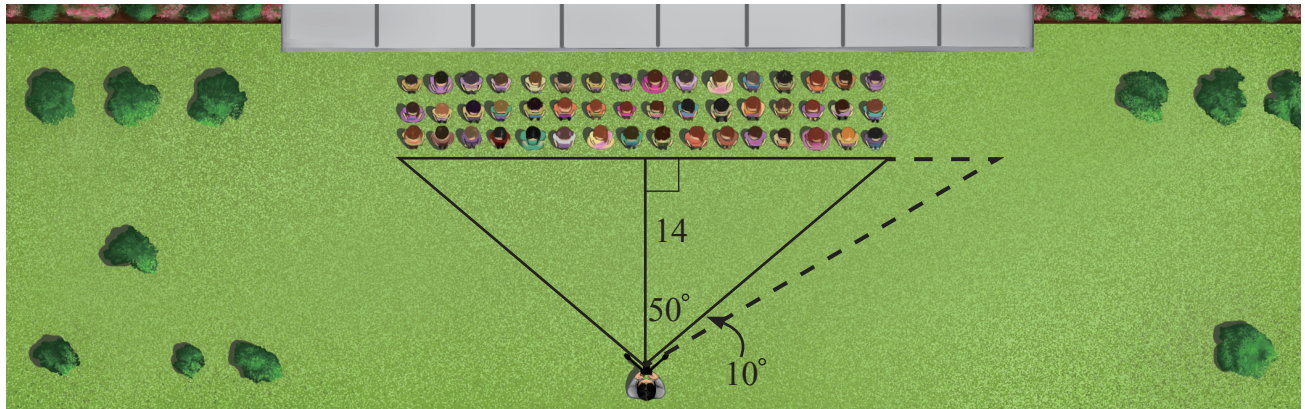
$$\begin{aligned} \text{旗桿高} &= \tan 36^\circ \times 20\text{m} \\ &= 0.7265 \times 20 \\ &= 14.53\text{m} \end{aligned}$$



練習 6

班上正在草坪上拍照。攝影師位於距離班級隊伍中心14公尺處。

如果她必須右轉 50° 才能看到最後一個學生。



1. 請問從班級隊伍中心點到排尾的距離有多長？
2. 請問整個班級隊伍的距離有多長？(從排頭到排尾)
3. 若攝影師發現她必須再右轉 10° 才看到後方建築物的最左端，則隊伍中心點到後方建築物最左端的距離是多少？
4. 如果每個學生需要0.5公尺的空間，那麼在第一行可以排幾個學生？解釋你的推理過程。

參 直角三角形的其他邊長比例關係-直角三角比 \sin, \cos 值

學前能力 已會使用直角三角比 \tan 值進行間接測量。

學習目標 會使用直角三角比 \sin, \cos 值進行間接測量。

活動 1

直角三角比 \sin, \cos 值

工具：直尺、量角器、計算機

步驟 1 請利用下方方格紙，做出兩個不同大小的直角三角形，且其兩股的比值皆為 $\frac{3}{4}$ ，並以兩股中，股長較長者為鄰邊，股長較短者為對邊，並將各邊長紀錄於表格中

步驟 2 記錄兩直角三角形的鄰邊跟對邊，並計算出斜邊長。
(提示：斜邊可以利用畢氏定理算出)

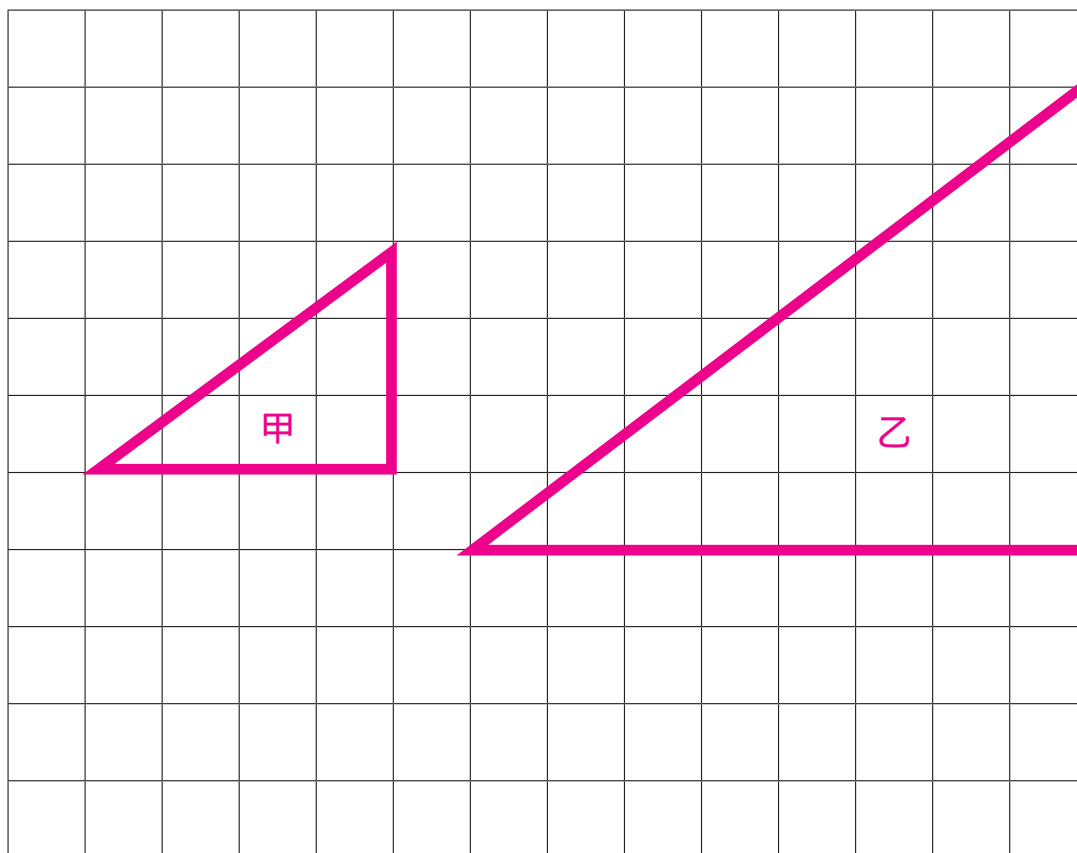
直角三角形	鄰邊	對邊	斜邊
甲三角形	4	3	5
乙三角形	8	6	10

步驟 3 觀察斜邊長與對邊、鄰邊的比值，並記錄於表格中。

直角三角形	$\frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$	$\frac{\text{鄰邊}}{\text{斜邊}}$
甲三角形	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
乙三角形	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$

步驟 4 對直角三角形中邊長的比例進行推測。用不同的銳角來測試你的猜想。

請依 **步驟1** 指示畫出兩個指定的直角三角形，並測量其邊長。



搭配學生手冊 P12

教師提問與教學建議事項

活動 1 步驟 1，學生可能得答題表現如下：

【活動五】
請利用方格紙，做出兩個不同大小的直角三角形，且其兩股的比值皆為 $\frac{3}{4}$ ，並將各邊長紀錄於表格中。

任務一：記錄兩直角三角形的鄰邊跟對邊，並計算出斜邊長。
(提示：斜邊可以利用畢氏定理算出)

直角三角形	鄰邊	對邊	斜邊
甲三角形	$\overline{AB} = 4$	$\overline{AC} = 3$	$\overline{BC} = 5$
乙三角形	$\overline{AB} = 8$	$\overline{BC} = 6$	$\overline{AC} = 10$

【活動五】
請利用方格紙，做出兩個不同大小的直角三角形，且其兩股的比值皆為 $\frac{3}{4}$ ，並將各邊長紀錄於表格中。

任務一：記錄兩直角三角形的鄰邊跟對邊，並計算出斜邊長。
(提示：斜邊可以利用畢氏定理算出)

直角三角形	鄰邊	對邊	斜邊
甲三角形	3	4	5
乙三角形	6	8	10

【活動五】
請利用方格紙，做出兩個不同大小的直角三角形，且其兩股的比值皆為 $\frac{3}{4}$ ，並將各邊長紀錄於表格中。

任務一：記錄兩直角三角形的鄰邊跟對邊，並計算出斜邊長。
(提示：斜邊可以利用畢氏定理算出)

直角三角形	鄰邊	對邊	斜邊
甲三角形	3	4	5
乙三角形	6	8	10

【活動五】
請利用方格紙，做出兩個不同大小的直角三角形，且其兩股的比值皆為 $\frac{3}{4}$ ，並將各邊長紀錄於表格中。

任務一：記錄兩直角三角形的鄰邊跟對邊，並計算出斜邊長。
(提示：斜邊可以利用畢氏定理算出)

直角三角形	鄰邊	對邊	斜邊
甲三角形	3	4	5
乙三角形	6	8	10

在 **任務 1** 的表格中有哪些發現?

由活動1，我們發現：

如上圖，若一直角三角形 ABC ，其中 $\angle C=90^\circ$ ，且其兩股的比值皆為 $\frac{3}{4}$ ，則 $\angle A$ 的對邊與斜邊的比值為 $\frac{3}{5}$ ， $\angle A$ 的鄰邊與斜邊的比值為 $\frac{4}{5}$ 。

因此，我們發現在直角三角形中有其他邊長比例關係，如：

$$\sin A = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}} = \frac{3}{5},$$

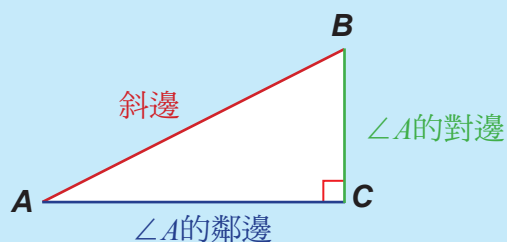
$$\cos A = \frac{\text{鄰邊}}{\text{斜邊}} = \frac{4}{5},$$

關鍵概念

直角三角比 $\sin A$

$\triangle ABC$ 是一個 $\angle A$ 為銳角的直角三角形， $\angle A$ 的 \sin 值(記作 $\sin A$)定義如下：

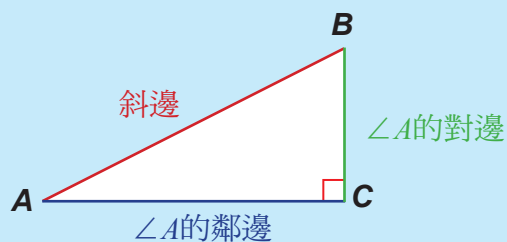
$$\sin A = \frac{\angle A \text{的對邊長度}}{\angle A \text{的斜邊長度}} = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$



直角三角比 $\cos A$

$\triangle ABC$ 是一個 $\angle A$ 為銳角的直角三角形， $\angle A$ 的 \cos 值(記作 $\cos A$)定義如下：

$$\cos A = \frac{\angle A \text{的鄰邊長度}}{\angle A \text{的斜邊長度}} = \frac{\text{鄰邊}}{\text{斜邊}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$



活動 2

使用特殊直角三角形求 \sin , \cos 值

步驟 1 如圖，試求 $\sin 30^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\tan 30^\circ$ 的值。

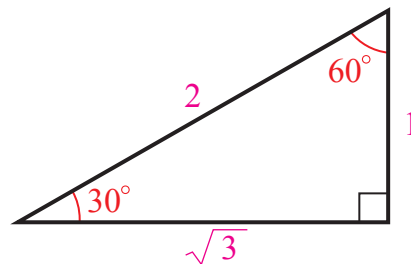
解

如圖所示，在 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 的直角三角形中，三邊長的比例為 $1 : \sqrt{3} : 2$ ，由定義可得

$$\sin 30^\circ = \frac{30^\circ \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{1}{2},$$

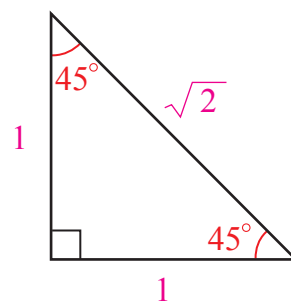
$$\cos 30^\circ = \frac{30^\circ \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\tan 30^\circ = \frac{30^\circ \text{ 的對邊長}}{30^\circ \text{ 的鄰邊長}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



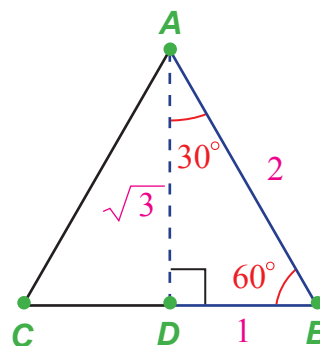
步驟 2 試求 $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\tan 45^\circ$ 的值。

$$\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1$$



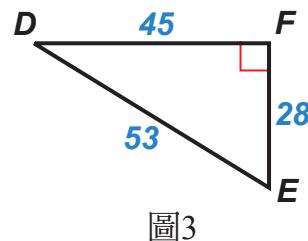
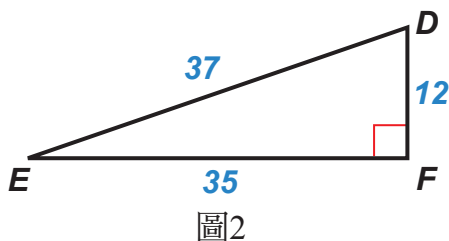
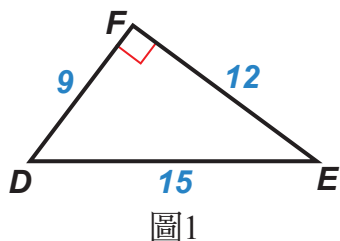
步驟 3 試求 $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\tan 60^\circ$ 的值。

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}$$



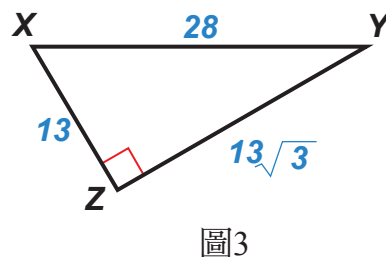
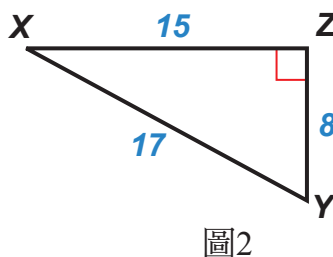
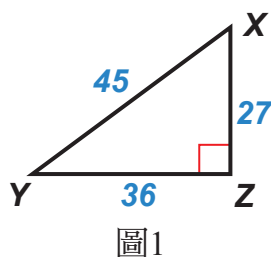
練習 1

求下圖的 $\sin D$ 與 $\sin E$ 。將答案寫成分數並算出其近似值（四捨五入至小數點第三位）。



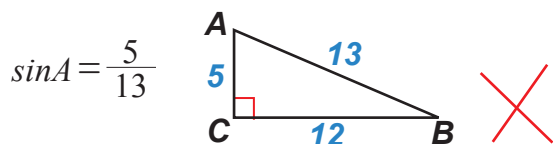
練習 2

求下圖的 $\cos X$ 與 $\cos Y$ 。將答案寫成分數並算出其近似值（四捨五入至小數點第三位）。



練習 3

下面是一位同學批改試題的狀況，請確認其是否批改正確，若批改正確，請說明正確答案為何？若批改錯誤，請指出錯誤之處。



練習 4

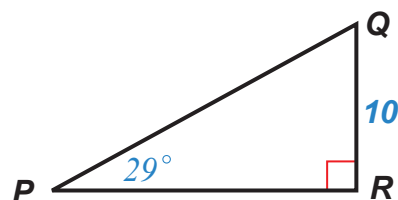
下列哪一個選項可表示圖示直角三角形中 PQ 線段的值。

(A) $10 \cdot \cos 29^\circ$

(B) $10 \cdot \sin 29^\circ$

(C) $\frac{10}{\sin 29^\circ}$

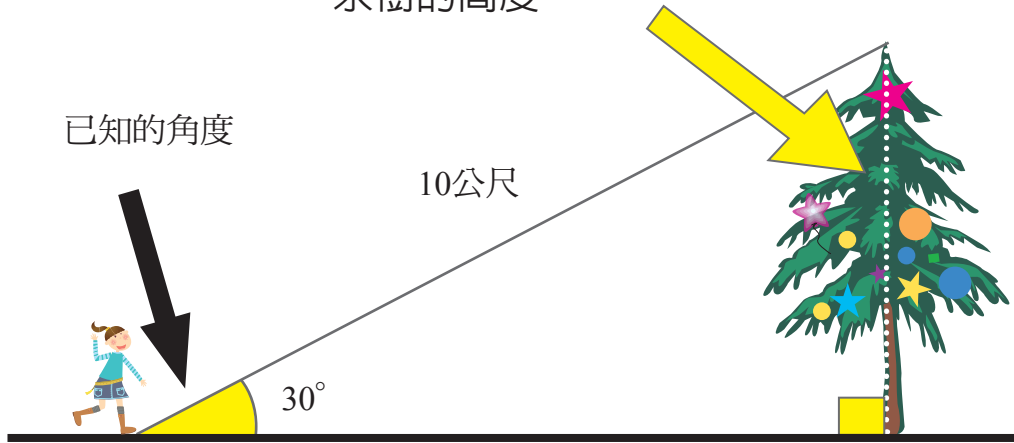
(D) $\frac{10}{\cos 29^\circ}$



練習 5

學校在校園裡裝飾了一棵聖誕樹，小貝由地面測量此樹頂的仰角為 30° ，且從樹頂到仰角所拉出的彩帶長有10公尺，請討論並說明如何利用直角三角比來計算樹的高度。

求樹的高度



(1) 若使用直角三角比，你會使用 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 哪種直角三角比？

$\sin A$

(2) 若彩帶的長度不變，且已知仰角角度為 30° ，則樹高是多少？

樹高 = $10 \times \sin 30^\circ = 5$

(3) 若彩帶的長度不變，且已知仰角角度為 45° ，則樹高是多少？

樹高 = $10 \times \sin 45^\circ = 5\sqrt{2}$

(4) 若彩帶的長度不變，且已知仰角角度為 60° ，則樹高是多少？

樹高 = $10 \times \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$

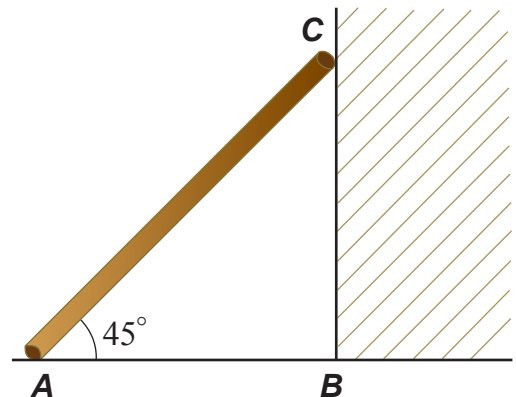
(5) 請問小貝與聖誕樹的距離是多少？

練習 6

小貝發現一支7公尺的梯子以 45° 角斜放靠在牆上，則梯頂到地面的距離是多少公尺？

$$\overline{AC} = 7$$

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 7 \times \sin 45^\circ \\ &= \frac{7\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$



練習 7

暑假小貝一家人到新竹旅遊，參觀新竹市陽光國小，發現教室二樓末端，設計了七個並排的超大型溜滑梯，小朋友下課之後就可以直接溜到一樓。

爸爸測量出溜滑梯的傾斜角為 30° ，高為3公尺，請問此滑梯的長度為多少公尺？



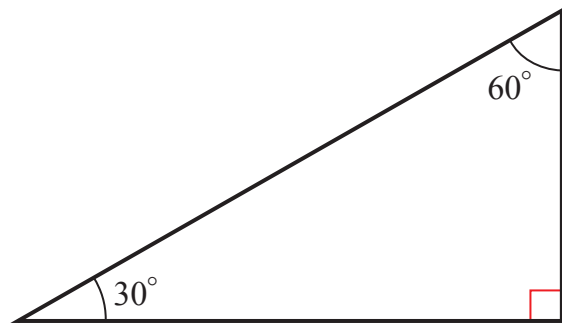
假設滑梯長度為 x

$$\text{則 } \sin 30^\circ = \frac{3}{x}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{x}$$

$$x = 6$$

答：6公尺

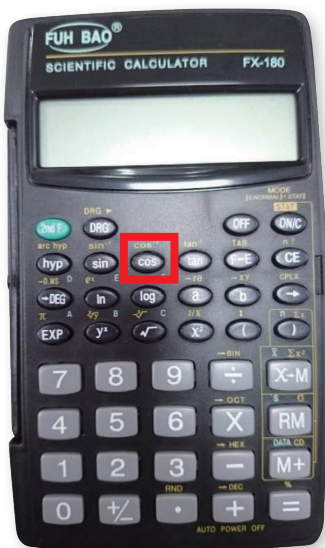


肆 使用計算機計算 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 的值

特殊角的直角三角比可以利用邊長找出其值，但若不是特殊角，我們可以利用計算機很快地計算出其直角三角比 \sin 、 \cos 、 \tan 的值。



	<p>用計算機計算時，你必須先把計算機設定在你想要的計算模式，按下計算機上的 <i>DRG</i>，可切換三種模式，<i>DEG</i>、<i>RAD</i>、<i>GRAD</i>。</p>
	<p>例如：計算 $\sin 30^\circ$ 步驟如下： 計算模式：<i>DEG</i> 按鍵順序：30 $\boxed{\sin}$ 結果：0.5</p>



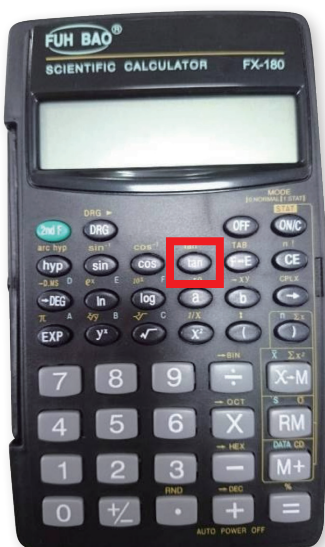
例如：計算 $\cos 53^\circ$

步驟如下：

計算模式： DEG

按鍵順序： $53 \boxed{\cos}$

結果： 0.601815023



例如：計算 $\tan 15^\circ$

步驟如下：

計算模式： DEG

按鍵順序： $15 \boxed{\tan}$

結果： 0.267949192

評量 1

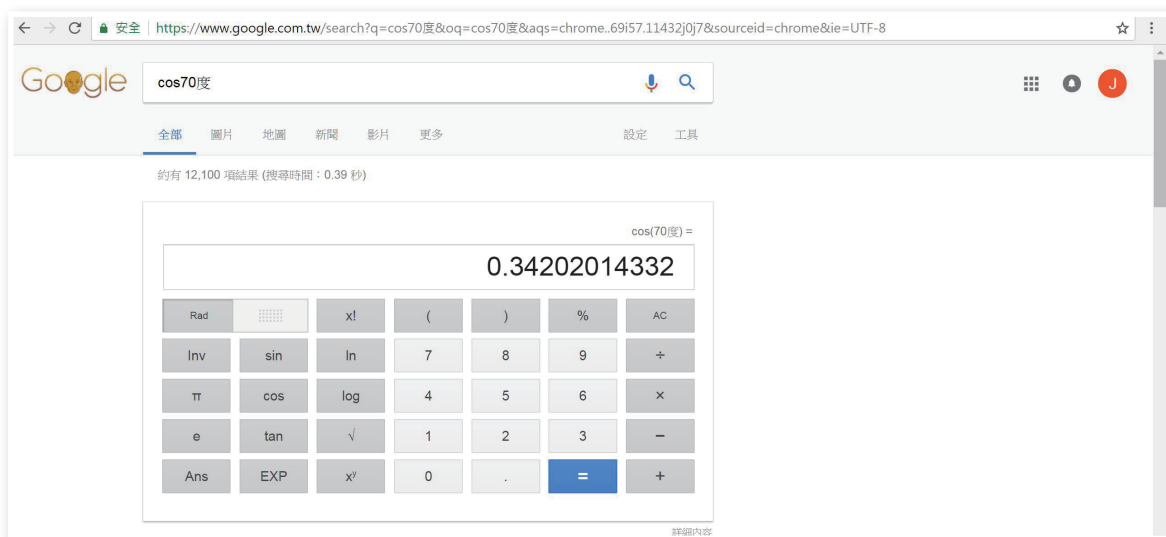
利用計算機計算下列角度的直角三角比（四捨五入到小數點第三位）

角度	25度	58度	75度
$\tan A$	0.466	1.600	3.732
$\sin A$	0.423	0.848	0.966
$\cos A$	0.906	0.530	0.259

搭配學生手冊 P19

教師提問與教學建議事項

1. 建議教師由特殊角 (ex. 30度、60度、45度) 開始教學生使用計算機計算 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 的值，特殊角的直角三角比可以利用邊長找出其值，與其用計算機所按出的值可以互相做驗證，以加深印象。
2. 接下來，開始出現非特殊角，由計算機按出的值引導學生觀察 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 的變化。
3. 計算 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 時，除使用計算機外，亦可從 *google* 搜尋引擎中查詢。例：



4. 提醒學生，計算機計算 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 的值時，依據教材要求須四捨五入到小數點第三位。

評量 2

當 $\angle A = 70^\circ$ ，且梯子長為10公尺

$$\cos 70^\circ = \frac{70^\circ\text{之鄰邊}}{\text{斜邊}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\text{梯底離牆的水平距離}}{\text{梯子長度}}$$

(1) 使用計算機，找出 $\cos 70^\circ$ 、 $\sin 70^\circ$ 的值為多少？(四捨五入到小數點第三位)

$$\cos 70^\circ = 0.342$$

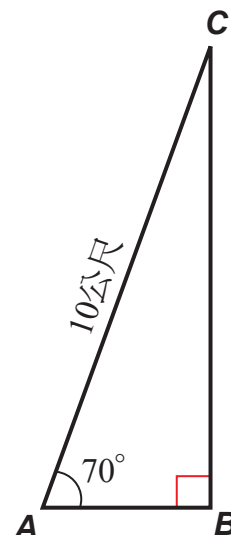
$$\sin 70^\circ = 0.940$$

(2) 請使用第(1)小題的結果，算出梯子離牆的距離 \overline{AB} 。

$$\overline{AB} = 10 \times \cos 70^\circ = 3.42 \text{ (公尺)}$$

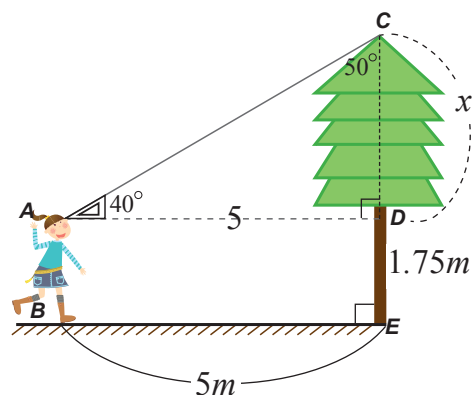
(3) 請使用第(1)小題的結果，算出梯頂到牆角的高度 \overline{BC} 。

$$\overline{BC} = 10 \times \sin 70^\circ = 9.4 \text{ (公尺)}$$



評量 3

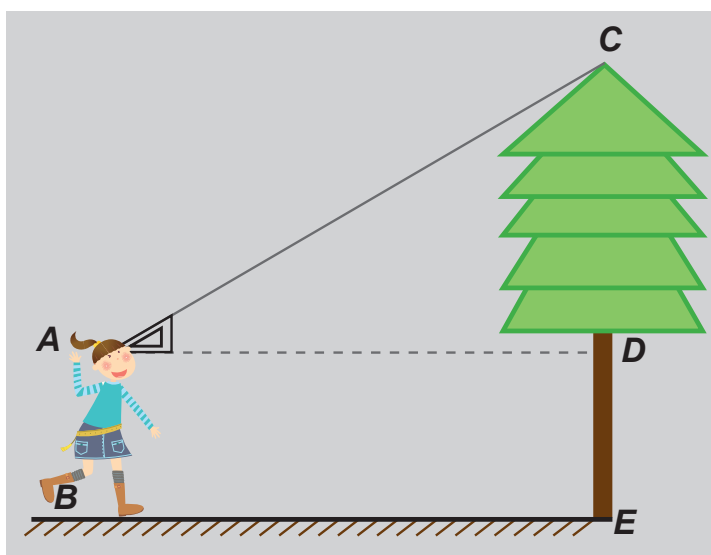
身高175公分的小貝用仰角 40° 測量樹的高度，已知她與這棵樹的距離為5公尺，求這棵樹的高度。(請使用計算機，四捨五入到小數點第三位)



$$\text{設 } \overline{CD} = x$$

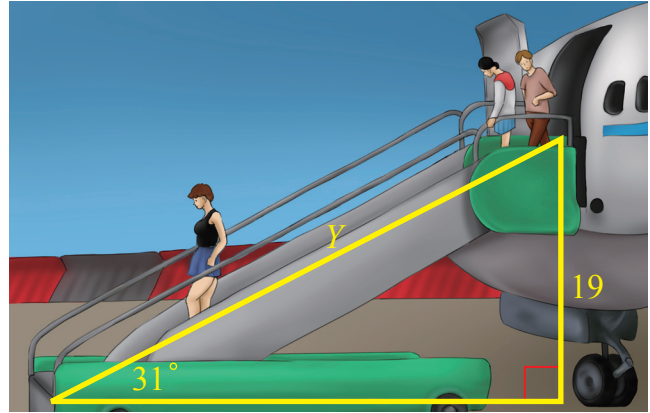
$$x = 5 \times \tan 40^\circ = 5 \times 0.839 = 4.195$$

$$\text{樹高} = 4.195 + 1.75 = 5.945 \text{ (公尺)}$$



評量 4

飛機艙門到地面的距離為19英尺，飛機活動客梯的傾斜角為 31° ，則其長度為多少英尺？（請使用計算機，四捨五入到小數點第三位）



評量 5

你想從你學校大樓的三樓高處掛一條29公尺的旗幟。你需要知道牆的高度，但有一個大的樹叢擋住了測量的路徑。（請使用計算機，四捨五入到小數點第三位）



1. 你把38公尺的繩子從窗戶處扔到你的朋友身上。她把它延伸到末端，發現繩子與地面的夾角為 70° ，求三樓窗口的高度。
2. 若樹叢高6公尺，你的旗幟適合佈置在上方嗎？
3. 假設你需要知道你朋友距離學校大樓有多遠。你應該使用哪個三角比？

評量 6

請分組討論，並完成下列問題。

小貝欲測量某大樓的高度，先在地面上 A 點測得樓頂的仰角為 30° ，再朝大樓方向前進 370 公尺到達 B 點，測得樓頂的仰角為 45° ，求此大樓的高度。(特殊三角形，長度以根號表示)

如圖所示，設樓高 $\overline{CD} = x$ 公尺，

$$\text{在 } \triangle ACD \text{ 中，} \frac{x}{\overline{AC}} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

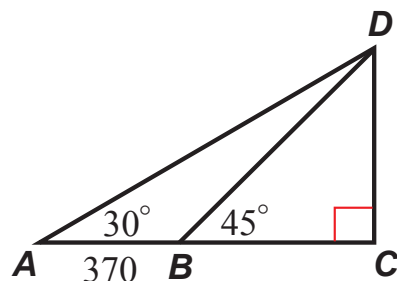
$$\text{所以 } \overline{AC} = \sqrt{3}x,$$

$$\text{在 } \triangle BCD \text{ 中，} \frac{x}{\overline{BC}} = \tan 45^\circ = 1, \text{ 所以 } \overline{BC} = x,$$

$$\text{因為 } \overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 370, \text{ 即 } \sqrt{3}x - x = 370,$$

$$\text{得 } x = \frac{370}{\sqrt{3} - 1} = 185(\sqrt{3} + 1) \approx 505$$

故大樓高度為 $185(\sqrt{3} + 1)$ 公尺 (約 505 公尺)。



評量 7

大奇想測量新北市政府巨型聖誕樹的高度，首先在與樹頂仰角恰為 60° 的地面 A 點處做上記號，面對著巨型聖誕樹後退到仰角恰為 30° 的 B 點，再測得 A 點和 B 點的距離為 20 公尺。請問巨型聖誕樹的高度為多少公尺？(特殊三角形，長度以根號表示)



↑ 圖片取自網路

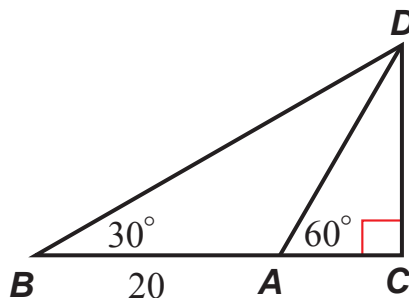
$$\text{作圖如右，設高度 } \overline{CD} = x \text{ 公尺，則 } \tan 30^\circ = \frac{x}{\overline{BC}}, \tan 60^\circ = \frac{x}{\overline{AC}}.$$

$$\text{因此 } \overline{BC} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x, \overline{AC} = \frac{x}{\tan 60^\circ} = \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$\text{因為 } \overline{AB} = \overline{BC} - \overline{AC} = 20, \text{ 即}$$

$$\sqrt{3}x - \frac{x}{\sqrt{3}} = 20, \text{ 得 } x = \frac{3 \times 20}{2\sqrt{3}} = 10\sqrt{3},$$

故高度為 $10\sqrt{3}$ 公尺 (約 17.3 公尺)

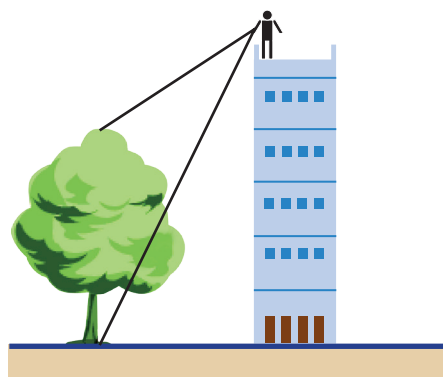


評量 8

如圖所示，小貝站在學校大樓頂樓測量地面的一棵大樹，得樹底的俯角為 60° ，樹頂的俯角為 30° ，若小貝眼睛至地面的距離為21公尺，則

- (1) 大樹和小貝距離多少公尺？
(特殊三角形，長度以根號表示)

- (2) 樹高約多少公尺？



- (1) 作圖如右， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 21$ ，

$$\text{因為 } \tan 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{21}{\overline{AC}} = \sqrt{3} \text{，}$$

所以

$$\overline{AC} = \frac{21}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$$

故大樹和小貝距離 $7\sqrt{3}$ 公尺。

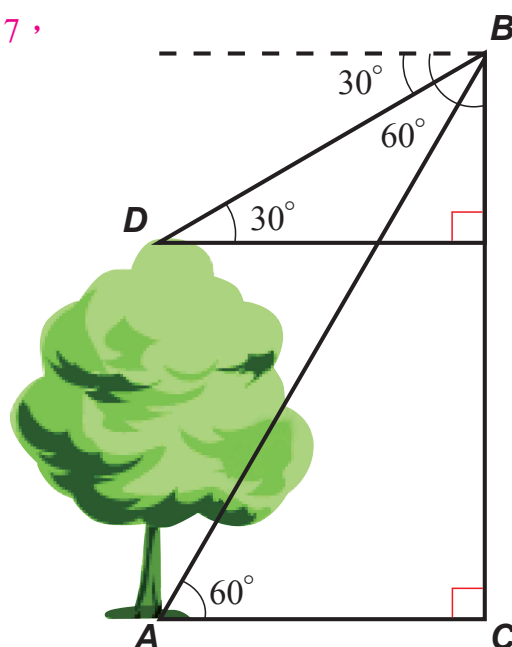
- (2) $\triangle BDE$ 中，因為 $\angle BDE = 30^\circ$ ， $\overline{DE} = \overline{AC} = 7\sqrt{3}$

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} \text{，得 } \overline{BE} = \overline{DE} \tan 30^\circ = 7\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 7 \text{，}$$

所以

$$\overline{AD} = \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 21 - 7 = 14 \text{，}$$

樹高為14公尺。



素養導向數學教材 / 單維彰 主編
— 初版 — 新北市三峽區：國家教育研究院

1. 數學教育
2. 中小學教育
3. 教材與教法

發行人：許添明

出版者：國家教育研究院

編審者：十二年國民基本教育數學素養導向教材研發編輯小組

召集人：單維彰

副召集人：鄭章華

編輯小組：古欣怡、朱安強、吳汀菱、吳姸蓉、林美曲、姚志鴻
洪瑞英、馬雅筠、高健維、陳淑娟、曾明德、曾俊雄
蔡佩旻、鄧家駿（依姓氏筆畫順序排列）

作者：吳姸蓉、李彥彬、蔡佩旻（依姓氏筆畫順序排列）

執行編輯：江增成、張淑娟、蔡敏冲（依姓氏筆畫順序排列）

版次：初版

電子全文可至國家教育研究院網站 <http://www.naer.edu.tw> 免費取用



本書經雙向匿名審查通過
（歡迎使用，請註明出處）

