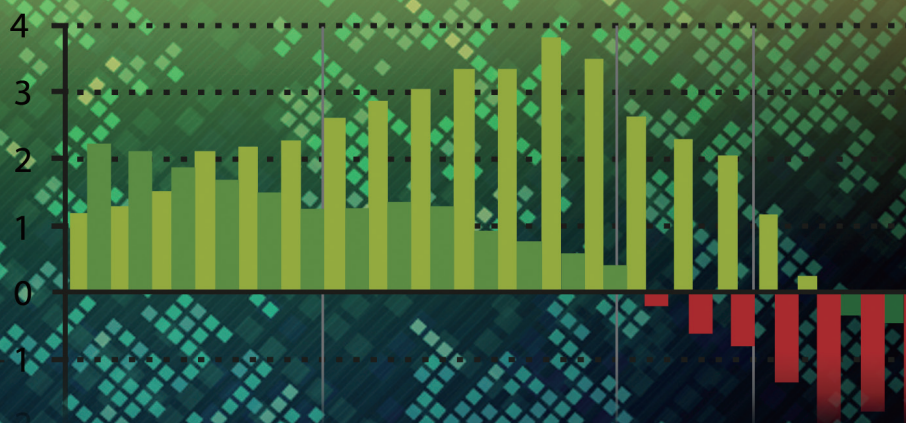
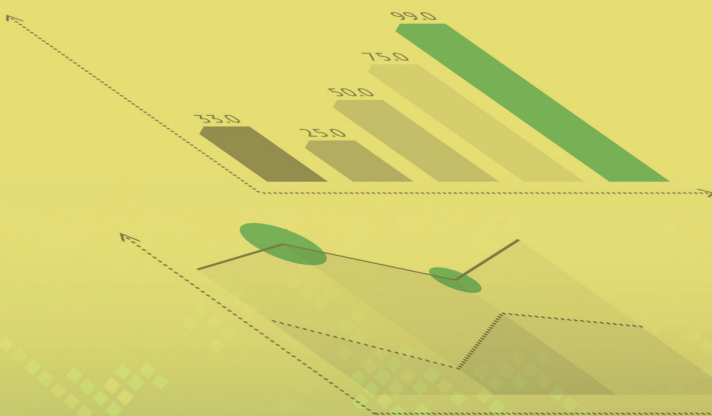


教師手冊

素養導向國民小學數學教材

讓數據說話



國家教育研究院

十二年國民基本教育數學領域教材與教學模式研發編輯小組

讓數據說話

「長條圖與折線圖」在十二年國教課程綱要中為四年級教學活動，對應之學習內容為D-4-1報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。本單元安排六個教學活動（由於本模組當時按領綱草案撰寫，故沒有涵蓋製作長條圖的學習內容，這一點請讀者留心）：

一 認識長條圖

- 長條圖基本規格
- 長條圖的橫軸與縱軸
- 長條圖的命名

二 長條圖的報讀

- 表現不佳的定義
- 長條圖的辨識與報讀
- 圖與表在功能上的不同

三 複合長條圖

- 堆疊式複合長條圖
- 併置式複合長條圖
- 長條圖的深化

四 省略符號

- 更精準的長條圖
- 省略符號的需求
- 省略符號的誤用

五 折線圖

- 從長條圖轉成折線圖
- 折線圖的報讀
- 長條圖與折線圖的相異處

六 複合折線圖

- 複合折線圖的需求
- 折線圖的使用時機



教材地位

先備經驗

- D-1-1 簡單分類：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現日常生活物品，報讀、說明已处理好之分類。觀察分類的模式，知道同一組資料可有不同的分類方式。
- D-2-1 分類與呈現：以操作活動為主。能蒐集、分類、記錄、呈現資料、生活物件或幾何形體。討論分類之中還可以再分類的情況。
- D-3-1 一維表格與二維表格：以操作活動為主。報讀、說明與製作生活中的表格。二維表格含列聯表。

本單元教學

- D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。（由於本模組當時按領綱草案撰寫，故沒有涵蓋製作長條圖的學習內容，這一點請讀者留心。）

未來教學

- D-5-1 製作折線圖：製作生活中的折線圖。

學習表現

- d-II-1 報讀與製作一維表格、二維表格與長條圖，報讀折線圖，並據以做簡單推論。

學習內容條目及說明

- D-4-1 報讀長條圖與折線圖以及製作長條圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。（由於本模組當時按領綱草案撰寫，故沒有涵蓋製作長條圖的學習內容，這一點請讀者留心。）

核心素養指標

- 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。
- 數-E-A3 能觀察出日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬訂解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。
- 數-E-B2 具備報讀、製作基本統計圖表之能力。
- 數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

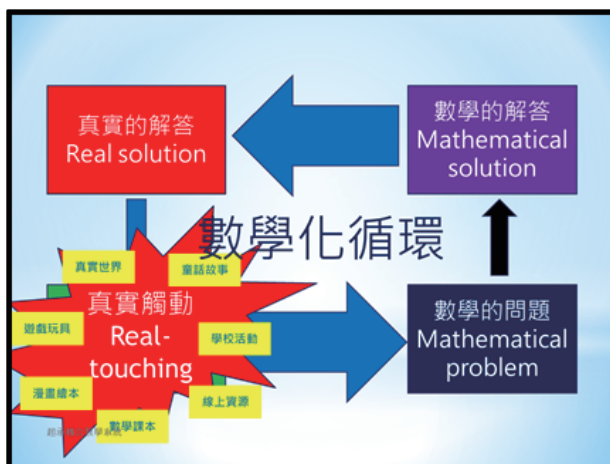
數學素養導向設計

本單元是以PISA（2003）的數學化循環(mathematisation cycles)為主要架構所進行的「數學素養導向」課程設計。

數學化循環包含下述五個子活動，要培養孩子的數學素養，就是帶著孩子「完整」經歷這五個子活動。

1. 從真實情境中引發一個議題
2. 以相關數學概念來分析與組織
3. 透過假設、一般化或公式等等，將議題轉化為適切的數學問題
4. 數學解題
5. 套回真實情境的可行性、限制與調整

素養課程著重在「用」，或說素養課程的目的在降低「學用之間」的落差。傳統上，一般數學教學比較著重在數學解題與數學內部之用，也就是「數學問題→數學解答」這個環節。PISA檢測之後，大家更加注意到，所學的數學知識是否能夠用來解決生活中的問題，所以在教學中，試著將一般的文字題更加生活情境化、議題化，變成所謂的PISA考題，也就是著重在「數學解題→真實解答」這個環節，但是，對於提升數學素養的效果依然不彰。



面對此問題，108課綱特別強調素養導向的課程與教學。此時把腦筋動到「真實生活議題→數學解題」這個環節，期望孩子能在真實生活的情境中學習數學，也因為數學知識的習得是源自於真實生活情境，日後，孩子更能順利在生活中使用數學，降低學用之間的落差。

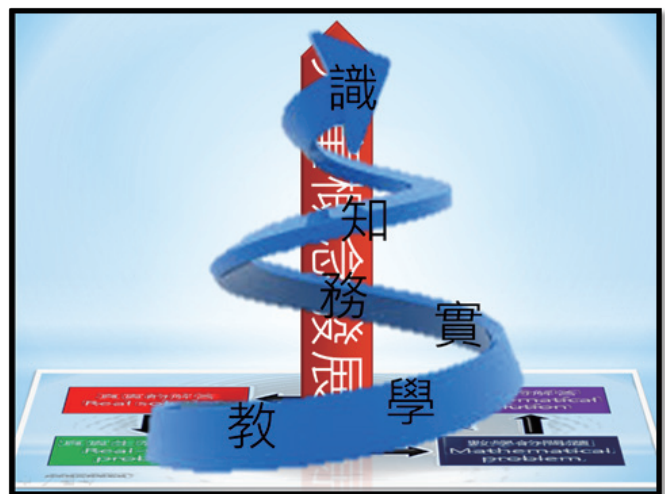
此立意雖然良好，但要在每個知識點中找到一個對應的、適合孩子的真實生活議題，確實有難度，所以常常衍生出一些為了素養而素養，「硬套」情境的教學設計；而且如果把學習的素材侷限在真實生活的議題，無意中便損失了很多很棒的課程設計。有鑑於此，如果能夠以真實生活議題為主體，廣納各種素材，例如童話故事、學校活動、線上資源、數學課本、漫畫繪本、遊戲玩具等等素材，但把焦點轉移到能夠「啟動孩子數學思維」上，或許是一條更寬廣的路。

回歸到數學素養的主軸，本單元在此一架構下的數學素養導向教學活動為何？有時，是從真實情境出發，提供孩子探索的機會、或從生活用語轉換成數學用語、從撲朔模糊中轉為精準；有時，必須聚焦，讓孩子透過猜測、分析、比較、歸納、推理以釐清概念，並且透過練習讓概念與解題逐漸成熟；有時，必須帶著孩子評估數學解答的合理性或是否誤用；有時，要帶著孩子回顧，並進一步找出更有效果、更有效率的解決之道。

教材設計理念

如何運用多元素材啟動孩子的數學思維，培養孩子的數學素養呢？

啟動孩子數學思維、培養孩子數學素養的方法與考量因素很多，但我比較側重於考量下述三個因素—數學本質(數學化循環)、兒童概念發展、教學實務知識。三者的關係如上圖，以「數學本質」，也就是數學化循環為底，進一步考量到



的「兒童概念發展」為高，最後是透過課程設計與教學實務、設局來啟動孩子的數學思維、理解數學概念、應用在生活之中、調整數學模式。

因為，期待引領孩子數學探究，所以必須對「數學本質」有所探究，推敲數學知識點的由來。在本單元中就帶著孩子對長條圖、折線圖、複合長條圖、複合折線圖、省略符號的由來進行深究。

因為，期待能帶著孩子享受數學思維的樂趣，所以必須考量孩子的「數學概念發展」，提供孩子「可能建構區」範圍內的素材，診斷孩子的學習狀況階段是處於經驗、察覺或了解。但在本單元中，受限於有關兒童統計概念發展上的文獻與資料不易取得或缺乏，所以在教學中，沒有適當的指標對照；只不過老師在教學過程中可以採用假設性學習軌道(hypothetical learning trajectories)的觀點進行即時調整。

因為，期待能讓孩子享受領悟(A-HA)的樂趣，提升孩子的「內在動機」，所以必須整體考量數學本質、孩子的現況，利用教學實務知識，進一步設局。在培養孩子數學素養的過程中，涵養孩子的數學能力，帶著孩子探索、面對衝突、互相溝通、提出辯證、練習提問、練習表徵、提出主張等等，享受一場時急時緩的解謎之旅。

教材設計模組

在一堂數學課中，數學問題、數學知識或提問是最基本的素材。但若想要進一步啟動孩子的數學思維，引發孩子學習的動機，要想要提供孩子適當的情境、討論的機會，要想要讓孩子享受領悟的喜悅，那老師就必須多加一點巧思。以下分就使用時機與教學活動兩種分類方式進行說明。

一、以使用時機區分

為此，本教學活動針對七大類的教學情境，安排十幾個不同的教學設計模組，摘錄如下，教學模組的詳細內容請參考每個教學活動進行前的「課程規劃與教學建議」。

註：教學設計模組編號說明：前者代表活動順序，後者代表模組順序，框框內的文字是活動的簡記。例如，1-1「圖示」→「比較」→「釐清工具的演化」，代表活動一的第一個教學模組，大致上的流程

是先給圖示，然後透過比較釐清長條圖的演化歷程以及目前長條圖的基本組成元素。

1. 操作性步驟：

做好時間規劃與管理是一個老師的職責。為了提升課堂的教學效率，遇到簡單、說明式的活動，可以使用「操作性步驟」模組，讓孩子連結既有的知識，並依照步驟逐一完成。例如：

5-1「格式A」→「操作性步驟轉化」→「格式B」

2. 引發精準的需求

數學知識的產生，很多時候是為了精準判斷或溝通。有時候是想找出理想的、可以溝通的上位概念；有時候是為了解決特例，所以需要更精準的界定。面對這些情況，可以使用「引發精準的需求」模組。

1-2「某一類訊息的出現」→「歸納」→「精簡用詞」

2-1「師生泛說」→「討論特例」→「釐清準則」

4-1「既定訊息」→「衝突訊息」→「精準需求」

4-3「一個情境」→「兩種判讀」→「釐清想法」

3. 透過比較釐清概念

為了讓孩子有所領悟，可以使用「透過比較釐清概念」模組。比較是進階思考的模組，所以在進行比較之前的前置作業，必須先收集並了解基本素材，然後才可以透過比較進行跳躍。

1-1「圖示」→「比較」→「釐清工具的演化」

2-3「去除鷹架」→「突顯功能」→「突顯差異」→「綜合評斷」

6-2「模仿」→「出現困擾」→「比較」→「釐清想法」

4. 先發散再聚焦

為了讓孩子享受探索的樂趣，但又不花太多時間，可使用「先發散再聚焦」模組。這個模組的前段重點在發散思考，要從發散思考轉進到聚焦的過程中，可以視情況砍掉一些討論價值不高的話題與題材，也可以給出序列的訊息做引導，這樣孩子自然可以聚焦到討論的議題上。

1-3「錯誤示範」→「修改方向」→「聚焦探究」

5-2「泛說」→「觀察」→「猜測」→「聚焦」→「推論」

5-3「出題」→「分類」→「聚焦」→「推論」

5. 製造有效率的需求

為了讓孩子了解數學的方便性，可以使用「製造有效率的需求」模組。要啟動這個模組的基本條件是孩子能熟悉「有效果」但卻「沒有效率」的解題。有時，還會刻意讓孩子磨一磨沒有效率的解題，因為磨一磨才知道沒有效率的苦，有這個苦，才能激發他求效率的動機。

3-1「原始任務」→「嘗試解任務」→「沒有效率」→「有效率」

3-2「原始任務」→「嘗試解任務」→「沒有效率」→「有效率」→「層次提問」

6-1「原始任務」→「嘗試解任務」→「沒有效率」→「有效率」

6. 知識演化

為了讓孩子清楚知識演化的歷程，可以使用「知識演化」模組。人類的智慧是在面臨困境、接受挑戰、挑戰成功的過程中，一次又一次的進步；而在兒童的概念發展過程中，我們也可以看到他的改變歷程。帶著孩子學習，設局，可以讓孩子在短期間體驗前人的智慧。

4-2「一個提議」→「不如預期」→「調整作法」→「再調整作法」→「同時製造新的困擾」→「省略的需求」

7. 統整上位概念

為了讓孩子進行統整，可以使用「統整上位概念」模組。統整的素材可以是簡單的單一訊息，也可以是複雜的訊息，譬如解題策略。統整解題策略之後，孩子可以形成完整的知識地圖。

2-2「非單一訊息」→「辨識」→「報讀」

3-3「多種策略」→「判讀」→「策略選擇」

二、以教學活動區分

本單元包含六個活動，首先說明各教學設計模組，再介紹各活動中，涵養數學素養的可能性，說明如下：

活動1 認識長條圖

在活動一中包括三個知識點：長條圖基本規格、長條圖的橫軸與縱軸、長條圖的命名。第一個知識點的設計企圖是透過比較來呈現長條圖的基本規格，教學設計模組是「圖示」→「比較」→「釐清工具的演化」。第二個知識點的設計是讓孩子透過歸納找上位用詞，教學設計模組是「某一類訊息的出現」→「歸納」→「精簡用詞」。第三個知識點的設計是透過引導式探究進行命名，教學設計模組是「錯誤示範」→「修改方向」→「聚焦探究」。

在活動一，孩子透過觀察，分辨出長條圖的必要元素，包括對齊、每一格的大小一樣、不能有空隙。此時，原本的圈圈圖開始產生演化，從一個只是具備記錄功能的圈圈圖，轉變成為一個可以快速辨識的長條圖。而這僅是長條圖的初胚，孩子透過歸納，統整出兩軸的上位概念用詞，也就是球數和投球情形，此時長條圖除了方便辨識之外，加上兩軸的名稱，有更詳細的說明。最後，孩子透過引導進行探究，聚焦在準確的名稱，一個兼顧兩軸變化的精簡命名。至此，長條圖的基本元素已經完整。

活動2 長條圖的報讀

在活動二中包括三個知識點：表現不佳的定義、長條圖的辨識與報讀、圖與表在功能上的不同。第一個知識點的設計企圖是透過特殊案例的討論來拓展想法，教學設計模組是「師生泛說」→「討論特例」→「釐清準則」。第二個知識點的設計是透過原始紀錄與長條圖的辨識來了解長條圖，教學設計模組是「非單一訊息」→「辨識」→「報讀」。第三個知識點的設計刻意製造情境突顯圖跟表的差異，教學設計模組是「去除鷹架」→「突顯功能」→「突顯差異」→「綜合評斷」。

活動一完成長條圖的基本組成元素之後，活動二的重點有二，其一是應用，其二是考量到孩子學習新知識，必須提供機會進行檢核與練習。在本活動中，先給孩子一個生活情境題，讓孩子嘗試使用所學的數學知識和能力來進行解題。當然，對四年級的孩子來說，並不熟習完整的職業籃球賽事，所以一剛開始就透過特例產生衝突，以釐清與界定

「表現不佳」一詞的內涵。接著是應用與練習，讓孩子熟習長條圖的報讀，最後，進一步釐清，統計表和統計圖所提供的訊息雖然差異不大，但功能上卻不相同，透過圖形表示，比較能協助一眼看出差異。至此，孩子已能熟悉長條圖，並將長條圖應用在生活中。

活動3 複合長條圖

在活動三中包括三個知識點：堆疊式複合長條圖、併置式複合長條圖、長條圖的深化。第一個知識點的設計企圖是透過引導式探究的方式來製造改進的需求，教學設計模組是「原始任務」→「嘗試解任務」→「沒有效率」→「有效率」。第二個知識點的教學設計模組和第一雷同，但在後段加上「層次提問」。第三個知識點的設計是提供孩子策略選擇的訓練。教學設計模組是「多種策略」→「判讀」→「策略選擇」。

人類的知識常常是在面臨困境、突破困境之後的產物。經過活動一：了解長條圖的基本組成元素，活動二：安排情境問題檢核與練習。活動三，以活動二練習後的素材提出新的困難處，引發合併長條圖的需求，先引發的是堆疊式複合長條圖的需求，後引發的是並置式複合長條圖的需求；透過需求，順利從情境中轉化為數學問題。合併之後，豐富了長條圖的功能，也展開長條圖另一個新的里程碑。

活動4 省略符號

在活動四中包括三個知識點：更精準的長條圖、省略符號的需求、省略符號的誤用。第一個知識點的設計企圖是透過衝突製造追求精準的需求，教學設計模組是「既定訊息」→「衝突訊息」→「精準需求」。第二個知識點的設計比較複雜，透過一再的調整，最後製造出省略符號的需求，教學設計模組是「一個提議」→「不如預期」→「調整作法」→「再調整作法」→「同時製造新的困擾」→「省略的需求」。第三個知識點的設計是透過訊息的誤判引出需求，教學設計模組是「一個情境」→「兩種判讀」→「釐清想法」。

隨著使用長條圖的人愈來愈多，不同的國家、不同的民族要對同一個長條圖進行解讀，那標示就必須更加清楚。所以活動四先製造一個衝

突點，為了要精準的溝通，所以在縱軸上加註單位。隨著長條圖的使用範圍更廣，在某些時機必須處理大數據，所以引來省略符號的需求。至此，長條圖的功能不僅完整，也在座標和表現形式做了一些細部調整，成為一個更加成熟的工具，這是人類智慧的結晶。

活動5 折線圖

在活動五中包括三個知識點：從長條圖轉成折線圖、折線圖的報讀、長條圖與折線圖的相異處。第一個知識點的設計企圖是透過簡易的操作性步驟進行轉化，教學設計模組是「長條圖」→「操作性步驟轉化」→「折線圖」。第二個知識點的設計是透過層次提問了解知識內涵，教學設計模組是「泛說」→「觀察」→「猜測」→「聚焦」→「推論」。第三個知識點的設計是透過提問的練習了解知識內涵，教學設計模組是「出題」→「分類」→「聚焦」→「推論」。

不同的統計圖有不同的功能，折線圖的製作雖然可以藉助於兒童對長條圖的認識，但折線圖的產生有他的特殊意義。所以本節先透過提問、討論，協助學生了解折線圖的使用時機；接著讓孩子練習自行提問，再區分提問的品質。上述的安排，主要目的在促使兒童對折線圖有深入了解。

活動6 複合折線圖

在活動六中包括二個知識點：複合折線圖的需求、折線圖的使用時機。第一個知識點的設計企圖是透過引導式探究的方式來製造改進的需求，教學設計模組是「原始任務」→「嘗試解任務」→「沒有效率」→「有效率」。第二個知識點的設計是直接引導到一個迷思點，然後釐清想法，教學設計模組是「模仿」→「出現困擾」→「比較」→「釐清想法」。

活動六設計的模式和活動三雷同，提出新的困難處，引發合併折線圖的需求，透過需求，順利從情境中轉化為數學問題。最後是引出一個折線圖誤用的情況，重點在幫助學生釐清折線圖的橫軸必須是一個連續變項，同時進一步釐清長條圖和折線圖的區別。

課程規劃與教學建議

一堂課，從情境脈絡中如果可以引發孩子的學習興趣，在教學的節奏上有加分的效果。升上四年級，孩子的肌肉與體能更好，有些孩子開始試著打籃球，恰巧籃球在進行統計報讀與解讀時，是一個很棒的素材，所以這個單元選擇以「籃球」為主題發展課程。只不過女孩子比較少打籃球，考量到女孩子在心智成熟度上顯得比男孩子早些，所以在籃球主題中另外融入「人生規劃」，也就是談談人生夢想的議題。

另外，一堂課，從傳統講述轉換成討論，再從討論逐漸形成課室討論的文化是需要技巧的引導與時間來培養。每一個班級的發展狀況不同，需要依照班級屬性進行調整，本文所列的默契、規範是筆者在課堂中慣用的計分機制。在課堂引入方面，籃球與人生規畫都是搭配的議題而非主題，除非是進行課程統整，不建議投入太多的時間，輕輕引入即可。

課室討論文化是班級管理的一部分，需要長時間經營，本文所介紹的方式，是一個簡單的引入方式，它的運作機制如下：

1. 在分組時，必須注意到成員對小組榮譽是否重視，當小組榮譽無法維持時，再多變化的計分也會崩盤，這部分必需先處理。
2. 每一個孩子都擁有不同的知識能量，小組討論的目的之一是在促進知識能量的流動與提升知識能量的品質。隨機抽籤有三個目的，第一個目的在讓每一個孩子保持警覺性；第二是避免孩子中，比較資優的孩子，他的知識流如果迸發出來，老師容易誤判，以為大多數的孩子都已經學會，而加速教學的進度；第三則是把這股知識流轉化為小組討論時的能量，促使小組討論。
3. 隨機抽籤，偶而會有一些意外發生，譬如孩子可能因為不會而導致情緒上的困擾，此時，小組的協助就派上用場。而協助的加分比較低，它的用意是在提醒孩子，如果能在討論時就充分討論，讓小組中的每位成員在第一次被抽籤時就能侃侃而談，就能大幅度提升小組的積分。
4. 特別加分與搶答有兩個目的，其一是提升教學的節奏，另一個目的是刻意製造一些機會，讓大多數的孩子都能夠發表、有成就感，養成發表的課堂文化。
5. 最後的口令是默契，可以提升教學的節奏。

讓數據說話

孩子們，你們曾經有過夢想嗎？什麼夢想？
臺灣之光—林書豪，你們聽過嗎？這節課，我們先來說說他的故事。



(引自 flicker https://www.flickr.com/photos/gene_wang/14675203606/)

上課之前，老師期望先跟大家培養一點默契，老師有幾點要求：

1. 分組，進行小組競賽
2. 不舉手，隨機抽籤，答對並且能解釋+2分
3. 不會，可以請小組協助，但協助只能+1分
4. 特別加分和搶答
5. 聽到「開始討論」，馬上把握時間討論；聽到「暫停」，馬上回正，腰桿打直。

課程規劃與教學建議

本單元的主要內容是「長條圖和折線圖」的報讀與解讀，統計表是屬於低年級的學習內容，安排在這個單元只是一個熱身，未必要實施。

熱身活動的第一個數學知識點是「做紀錄—統計表」，課程鋪陳的目的在「製造需求」，它的教學設計模組是「情境」→「提問」→「製造需求」→「回歸提問」→「核心問題」，詳述如下：

- 一、情境：給予一段剪輯影片。如果課堂中不方便給影片，可以利用課本中給予的圖示和描述來進行模擬，特別要注意的是在情境鋪陳之後必須要求孩子「把課本蓋起來」，才可以開始進行提問。
- 二、提問：有五個提問，分為三個層次，先說明層次一、二。層次一是問題一，是簡單的問題，孩子可以憑自己的認知和記憶輕鬆回答，這是暖身之用。層次二是問題二、三、四，進入問題二，孩子開始深思回想，但會有些爭議，而正也就是這個爭議，引發記錄的需求。
- 三、製造需求：在問題二的引導時，老師要盡全力製造班上孩子回答問題時的分歧，有些人認為是進球，有些人認為沒有進，這樣子才會有「再次確認影片的需求」。此刻，老師提議：再看一次影片，需求的鋪陳告一個段落。當影片再次播放時，就會有幾位孩子自動偷偷的做紀錄，有些可能是利用手指做紀錄，有些則是拿筆記錄。老師可以做一點提醒，譬如：大家手邊有沒有紙或筆，也可以提高小組競賽的積分，刻意製造記錄的需求。
- 四、回歸提問：接著再度回歸到原問題。如果是用簡報上課，再次討論時，可以將部分提問改掉，增加挑戰性。
- 五、核心問題：問題五是第三個層次的問題，指出記錄的重要性。

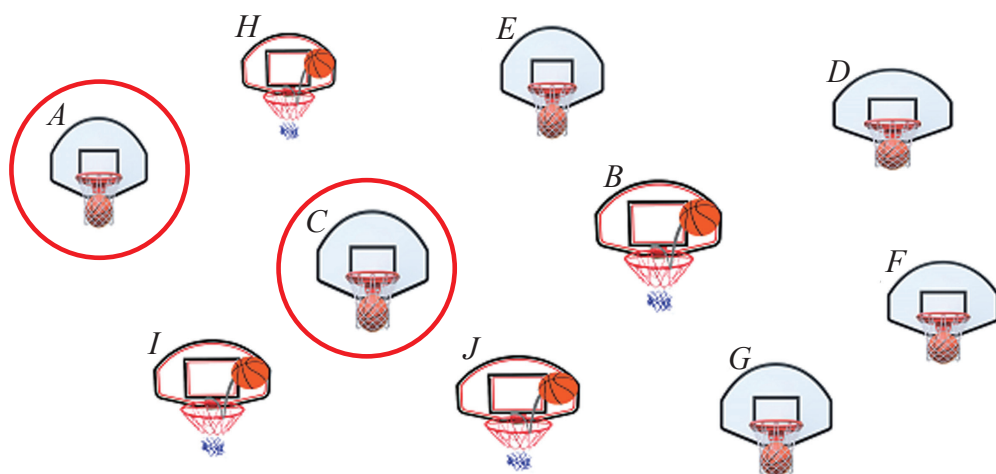
熱身活動的第二數學知識點是「表格的功能比較」，課程鋪陳的目的在「比較突顯差異」，它的教學設計模組是「表格」→「模糊提問」→「製造衝突」→「釐清功能」，詳述如下：

- 一、表格：因為在活動一的提問，問題三也提到投進了幾球，所以再次播放影片時，大致上會有兩種表格出現，一種是原始紀錄、一種是統計紀錄。

- 二、模糊提問：這邊的提問有三題，分成兩個層次。層次一是問題一、二，主要在讓孩子說說表格的製作過程，記錄了些什麼；問題二是層次二的問題，利用一個模糊的提問字眼，也就是「好」字，引發孩子不同的見解。
- 三、製造衝突：當孩子說出表一的紀錄方式比較好時，老師要立即詢問：請問進幾球？來製造衝突；當孩子說出表二的紀錄方式比較好時，老師要立即詢問：請問第九球有沒有進。
- 四、釐清功能：透過上述層次一提問的鋪陳，再到層次二的概念衝突，讓孩子了解到，兩種紀錄方式的功能不同。最後老師可以再補述，也因為兩種紀錄的功能不同，所以現在這兩種紀錄方式都還被使用中。

熱身：做紀錄—統計表

- ①小朋友，老師播放一段林書豪的罰球影片給大家瞧瞧。有些球有進，有些球沒進，但是我知道罰球的結果依序跟下述A、C、B、H、D、E、F、I、J、G的進球情況一樣。第一球有進、第二球有進……。



現在請把課本蓋起來，老師來考考大家！

- (1)第一球有沒有進？有
- (2)第五球有沒有進？有真的進了嗎？真的沒進嗎？
- (3)林書豪投進了幾球？10球
- (4)這次罰球中，進的球數多還是沒進的球數多？進球數多
- (5)要把這些題目都答對，有什麼好方法？做紀錄

再看一次影片之後

- 2 剛剛老師要你們把書本蓋起來，考考你們的記憶力，結果有不少人疏忽了。但是，第二次觀看林書豪的影片時，老師看到有人拿紙出來做紀錄，透過記錄，很多問題就解決了。

但是，老師竟然發現到，大致上有這兩類型的記錄方式，你們看看。

表(1)

投球紀錄	○ ○ × × ○ ○ ○ × × ○
------	---------------------

表(2)

進球	不進球
正 一	下

- 1 請問，表(1)的紀錄是如何完成？
按照順序由左而右記錄完成的，○表示有進球，×表示沒進球。
- 2 請問，表(2)的紀錄是如何完成？
將進球和沒進球分開記錄，以「正」字記號畫記。
- 3 這兩種不同的紀錄，你覺得哪一種比較好？或是，各有什麼優點？
表(1)：按照順序記錄，可以看出第幾球是否有進球。
表(2)：分開記錄，可以很快看出進球數和不進球數是多少。

課程規劃與教學建議

活動一的主要內容是「認識長條圖」，將長條圖的組成元素分成三個小知識點來進行規劃：基本規格、橫軸與縱軸、命名。

第一個知識點是「基本規格」，課程鋪陳的目的在透過正、非例的「比較差異」，突顯出正規長條圖的特徵。它的教學設計模組是「圖示」→「比較」→「釐清工具的演化」，詳述如下：

- 一、圖示：給予兩個圖，一個是鮮少看到的、刻意調整後的圈圈圖，另一個是比較正規的長條圖。
- 二、比較：給一個刻意調整後的圈圈圖，目的在做「正例、非例」的比較，從中突顯一個正常的長條圖所應該具備的元素。在教學中，老師可以直接提醒孩子有三個或更多地方需要調整，否則孩子常常會在找到一個地方的差異點就滿足了。
- 三、釐清工具的演化：老師可以補充說明，這種圈圈圖目前已不再現，原因是：它的功能已經都被更棒的長條圖所取代。

第二個知識點是「橫軸與縱軸」，課程鋪陳的目的在透過「某一類訊息的出現」，促使孩子進行「歸類」，進而找出它的上位概念用詞，也就是「球數」和「罰球情況」。孩子在一開始的用語不需要太精準，只要達意即可，最後再做要求，成為「精簡用詞」。

第三個知識點是「命名」，課程鋪陳的目的在透過「引導式探究」，讓孩子能享受探究與思索，但又不會花太多時間。在命名活動的引導中，如果老師直接提問：這個長條圖少了一個名字，該叫什麼呢？這樣會陷入「知之為知之、不知為不知」的窘境，而且常常討論會失焦、花費太多時間。但如果適切的引導，先給出「錯誤示範」，也就是問題一：這長條圖就叫做「林書豪的長條圖」，好嗎？引來孩子的一陣大笑；接著提供「修改方向」，也就是提出一個好一點點的建議與方向；最後提出一個挑戰：如果要再精準一點，可以怎麼命名，讓孩子們可以「聚焦探究」。

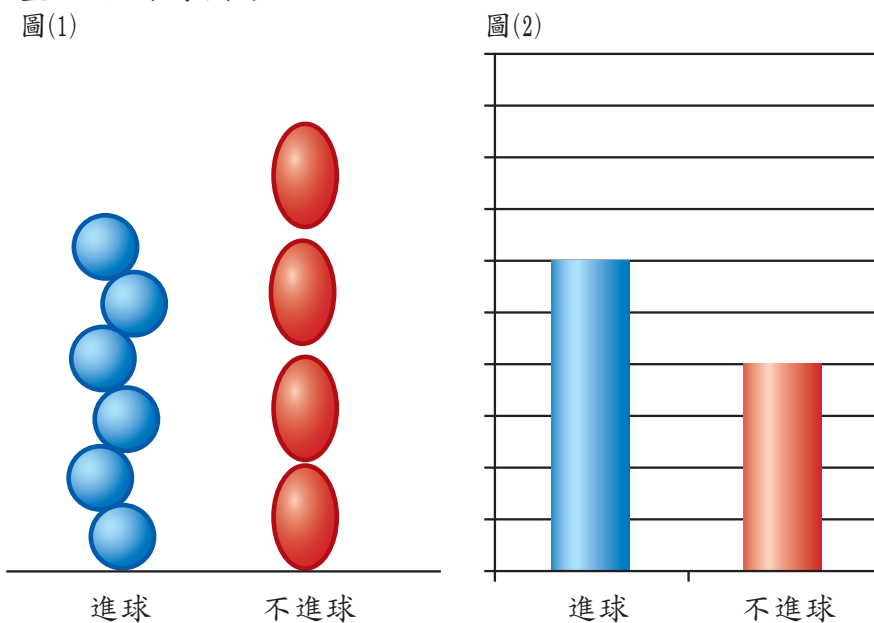
此時，小組才開始討論，孩子們聚焦、能量充滿。最後，透過問題三，再把精準的機制揪出來，命名活動告一個段落。

教學設計模組

- 1-1 圖示→比較→釐清工具的演化
- 1- 某一類訊息的出現→歸納→精簡用詞
- 1-3 錯誤示範→修改方向→聚焦探究

活動1 認識長條圖

1 小朋友，我們試著用畫圖的方式記錄，結果竟然發現小朋友畫出不同的圖形！



針對這兩種畫圖記錄方式，請問：

1 哪一個圖比較容易一眼看出進球和不進球的差異？

圖(2)比較容易。

因為圖(2)一格代表一球，從長短就可以一眼看出進球和不進球誰比較多。

圖(1)的圓圈大小不一，顆數少的，反而比顆數多的長，想要知道進球和不進球誰比較多，還得點數一遍才能確認。

2 不容易看出差異的那個圖，應該修正哪些地方呢？

應讓所有圓圈的大小一樣大，而且一個接著一個排整齊。

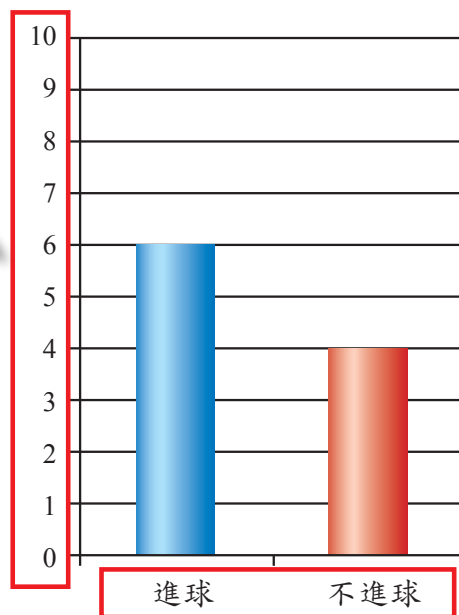
- 2 小朋友，從剛剛的討論，我們知道，我們目前使用的長條圖，在繪製時，要注意「是否對齊」、「大小要一樣」、「間隔要緊密」的原則。長條圖還有哪些重要元素，讓我們繼續探索下去！

你看看圖(2)和圖(3)有什麼差別？老師在圖(3)長條圖的左側加上1、2、3、……、10，共10個數字，這是長條圖的縱軸；長條圖的下方也有「進球」和「不進球」的標示，這是長條圖的橫軸。

- 1 請問縱軸1.2.3……10代表什麼呢？**球數**
- 2 請問橫軸進球和不進球又代表什麼呢？**罰球情況**

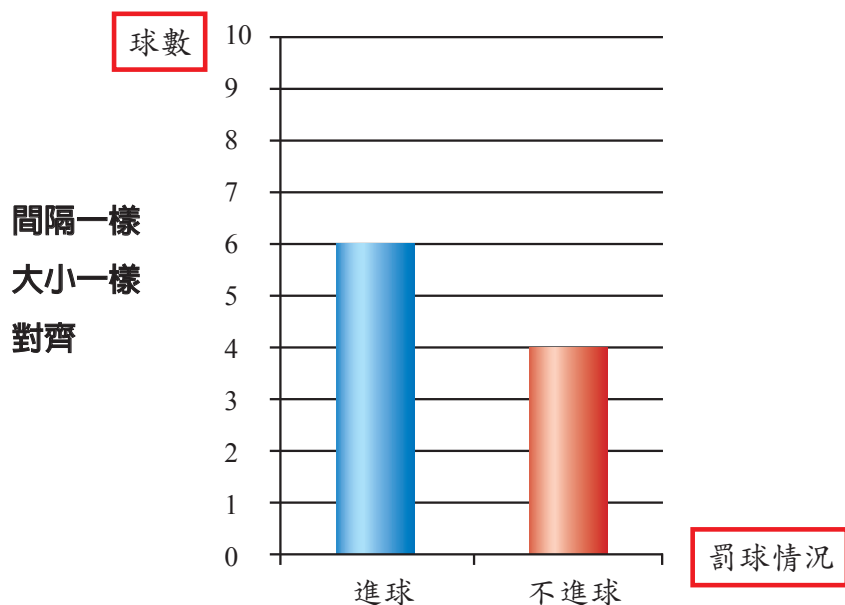
圖(3)

加入這些數字代表什麼意思？



這又代表什麼意思？

- ③ 這個長條圖加入縱軸—「球數」、橫軸—「罰球情況」之後，長條圖就更加完整，但這個長條圖應該叫做什麼名字呢？



林書豪的○○○○○○○○○○長條圖

- ① 如果命名為【林書豪的長條圖】，你覺得適合嗎？不夠精準
- ② 如果命名為【林書豪的罰球情況長條圖】，這樣是比較好一點，若要更精準一點，從橫軸和縱軸訊息，怎樣的命名會更精準呢？這樣命名有比較好一點，如果能把縱軸的訊息也加進來，命名會更精準。
- ③ 沒錯，「林書豪的罰球情況球數長條圖」這個名稱是比較精準的名稱。說說看，為什麼這樣命名更精準呢？因為這樣命名有把長條圖的兩個重點寫出來，一個是「在記錄什麼」，也就是橫軸的訊息，一個是「結果(球數)」，也就是縱軸的訊息，大家一看名稱，就知道這個長條圖記錄的內容以及它的功用了。

課程規劃與教學建議

在本單元中，複合長條圖有兩個類型—堆疊式複合長條圖、併置式複合長條圖，兩種類型的長條圖功能不同。活動二的主要目的不僅是練習長條圖的報讀，而且又必須銜接活動一、活動三。它的功能有三：第一是「活動一：認識長條圖」的練習，第二是「長條圖的報讀」，第三是為了活動三鋪路，也就是為複合長條圖鋪路。

在活動二中，知識點的安排有三個：針對籃球員「表現不佳」的討論、長條圖的辨識與報讀、圖與表在功能上的不同。

第一個知識點是針對籃球員「表現不佳」的討論。因為活動三要對「表現不佳」進行數量上的比較，所以在這個知識點，先對「表現不佳」的內涵進行深究。

孩子既有的觀點可能會擺在得分的高低，所以這個知識點鋪陳的目的在拓展孩子對「表現不佳」、「表現良好」的單一觀點。首先進行「師生泛說」，老師跟孩子們自由地說說自己的想法，接著是「討論特例」，由老師或學生提出情況一、情況二，兩個特例進行討論，從中讓孩子了解到，要評定表現好或不好，必須要同時考量到「投球次數」和「進球與不進球的差異」這兩個因素，讓孩子能夠「釐清準則」。

第二個知識點是「長條圖的辨識與報讀」，課程鋪陳的目的在讓孩子了解「原始資料與長條圖的轉換」。先給一組「非單一訊息」的原始資料，但在製作長條圖時只選取其中的部分訊息，從中讓孩子學習「辨識」資料。孩子必須一一「報讀」長條圖的訊息，並且與原始資料對應，才能夠確認長條圖的兩軸與名稱。接著，再讓孩子練習一次上位用詞，把橫軸和縱軸的座標名稱找出來，並練習精簡的命名。

第三個知識點是「圖與表在功能上的不同」，問題一、二先刻意「去除鷹架」來「突顯功能」，也就是把表格和格線都去除，讓孩子了解到，雖然沒有表格和格線的協助，單就統計圖所提供的訊息，就能進行判斷。問題三則刻意把圖跟表都變小，此時孩子雖然已經無法報讀統計表，但從長條圖中仍然依稀可以判斷訊息，從中更加「突顯表跟圖的差異」。另外一個設局的手法是增加多筆統計數據，這麼一來，透過圖形的訊息，可以更加快速的判斷。問題四則

是「綜合討論」，進行全面的討論。

最後是利用其他情境的檢測與練習。

教學設計模組

2-1 師生泛說→討論特例→釐清準則

2-2 非單一訊息→辨識→報讀

2-3 去除鷹架→突顯功能→突顯差異→綜合評斷

活動2 長條圖的報讀

- 1 NBA的比賽共打四節，在高手如雲的NBA比賽中，如果想要贏球，每一節都必須要戰戰兢兢。只不過，贏了前三節，未必就穩操勝算，NBA精彩的地方就是常常在第四節會有某位球星跳出來，逆轉勝。而在第四節表現特別優異的球員甚至會得到「第四節先生」的封號，但如果第四節「表現不佳」，這些球員可能會被教練冰凍起來，關鍵時刻卻不敢任用。

但怎樣算是「表現不佳」呢？我們來聽聽小莉和小華的說法！



情況一

小莉說：雖然每一球都進，但只投一球。

情況二

小華說：投進很多顆球，但沒投進的更多。



小朋友，該怎麼評估，才會比較合理？



關於投球表現不佳，至少要考慮兩個指標：

- 一、要考慮「投球次數」，投球次數太少，不能算表現好。
- 二、要考慮「投進球數與沒投進球數的差異」，如果拿到球就投，雖然可能會得到很多分數，但如果沒投進的球數太多，不能算表現好。

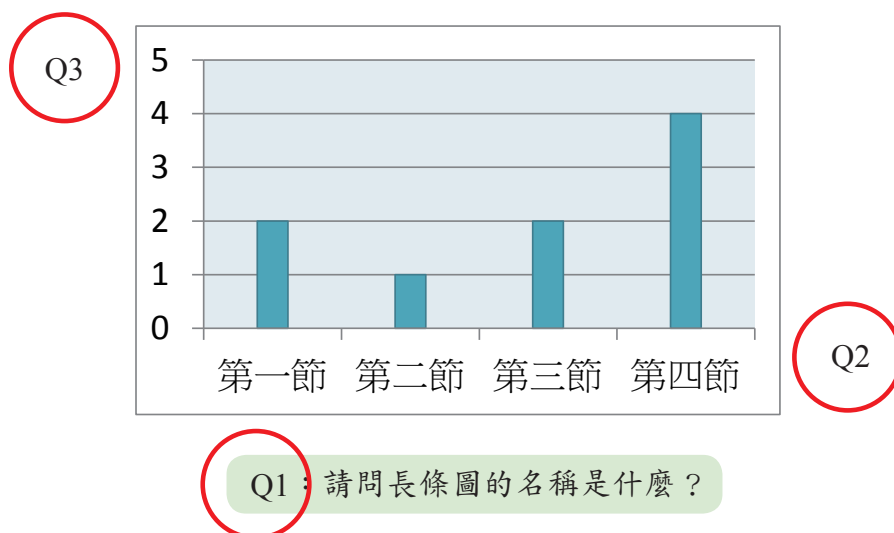
2 小朋友，老師找到林書豪在某次比賽的投球紀錄，想請大家幫忙研究看看，林書豪在這場比賽中，**第四節**的表現情形。但在研究之前，你必須先通過下面的考驗。

(1)下表是林書豪在這次比賽中，各節的投球紀錄。

節次	第一節	第二節	第三節	第四節
投球情形	○×○×××	××○××	○×××○	○○○○××

(○代表投進；×代表沒投進)

如果從上表中畫出下面的長條圖，請回答下述問題。



1 上面這個長條圖的名稱是什麼？橫軸是什麼？縱軸是什麼？

「林書豪各節投進球數的長條圖」、「節次」、「球數」

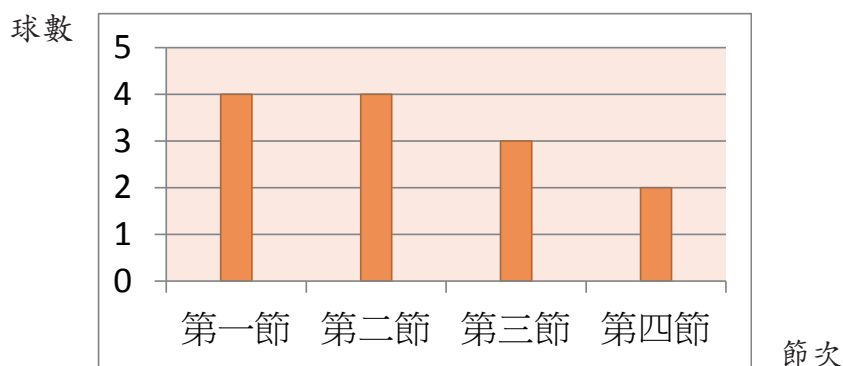
上面這個長條圖的縱軸1.2.3.4.5是「球數」，橫軸包括第一節、第二節、第三節、第四節，所以橫軸是「節次」，而這個長條圖的球數都是投進的球數，所以稱作「林書豪各節投進球數的長條圖」，是比較精準的說法。

(2)下表是林書豪在這次比賽中，各節的投球紀錄。

節次	第一節	第二節	第三節	第四節
投球情形	○×○×××	××○××	○×××○	○○○○××

(○代表投進；×代表沒投進)

如果從上表中畫出下面的長條圖，請回答下述問題。



Q1：請問長條圖的名稱是什麼？

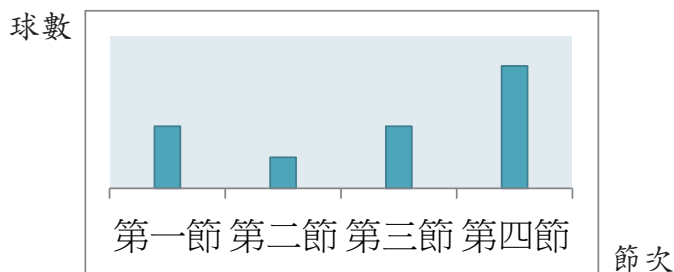
①上面長條圖的名稱應該叫做什麼，才是比較比較精準的說法？

「林書豪各節沒投進球數的長條圖」

從表格中可以看出，長條圖中的球數都是「沒投進的球數」，所以應該稱作「林書豪各節沒投進球數的長條圖」，你答對了嗎！

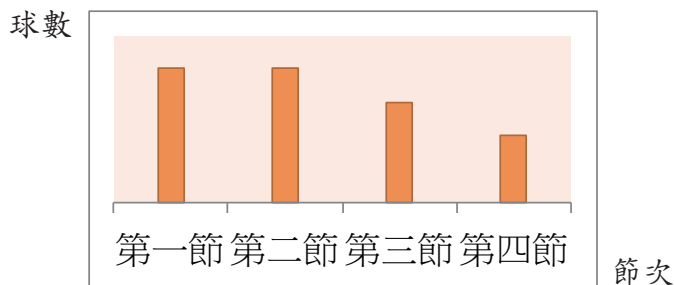
③ 我們再來看看，老師如果把「格線」和「縱座標」都去除了

① 這時你能知道哪幾節的投進球數相等嗎？能哪幾節？第三節



林書豪各節投進球數的長條圖

② 這時你能知道哪一節沒投進的球數最少？能哪一節？第四節



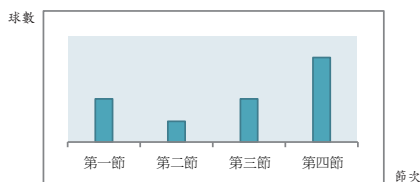
林書豪各節沒投進球數的長條圖

③ 仔細觀察下面圖表的訊息，得知第一、三節的投進球數相等，請問你習慣從表格或長條圖來判斷呢？說說看原因。看圖得知的，因為圖很清楚，表格的數字太小，看不清楚。

節次	第一節	第二節	第三節	第四節
投球情形	2	1	2	4

看表得知的？

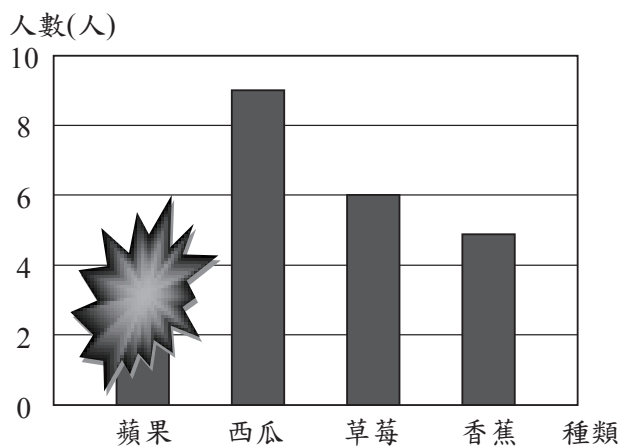
看圖得知的？



林書豪各節投進球數的長條圖

④ 說說看，統計表和長條圖的優勢分別有哪些？
統計表的優勢是，可以很快得知確切的數量。
長條圖的優勢是，可以很快比較出誰多誰少。

- 4 下圖是調查五年六班學生最喜歡的水果之後，所繪製的長條圖，其中喜歡蘋果的部分因為滴到墨汁被蓋住了。



五年六班學生最喜歡的各類水果人數長條圖

- 1 如果喜歡草莓的人數是喜歡蘋果人數的2倍，請問喜歡蘋果的人數有幾人？ (3) 人 $6 \div 2 = 3$
- 2 最喜歡的水果中，得票最高的水果跟最少的水果，兩者相差了幾人？ (6) 人。 $9 - 3 = 6$
- 3 五年六班共有多少學生參與投票？（一人投1票，沒有人投廢票）
(23) 人 $3 + 9 + 6 + 5 = 23$

課程規劃與教學建議

活動三的主要內容是「複合長條圖」，分成三個小知識點來進行規劃：堆疊式複合長條圖、併置式複合長條圖、長條圖的深化，最後換個情境練習。

第一個知識點是「堆疊式複合長條圖」，課程的鋪陳是透過引導式探究的方式來製造改進的需求。在引導階段，先是給「原始任務」，接著老師「嘗試解任務」，解題後的困擾是「沒有效率」，雖然成功但卻麻煩，最後引出這個知識點的核心任務，必須「有效率」的解題。完成堆疊式複合長條圖之後，再對新增的訊息進行說明。

接著是提問，針對適合堆疊式複合長條圖的特性進行提問，也就是針對「累計投球次數」的提問。

第二個知識點是「併置式複合長條圖」，課程的鋪陳和上述雷同，但在完成併置式複合長條圖之後，進行「層次提問」，所設計的提問分成三個層次。層次一是問題一、二、三，是單節內的比較；層次二是問題四、五，是各節之間的比較；層次三是問題六、七，是綜合評鑑。

第三個知識點是「長條圖的深化」，截至目前為止已經學會了三種長條圖，基本長條圖、堆疊式複合長條圖和併置式複合長條圖，然而，不同的長條圖有不同的功能，這個知識點就在區分三者。

本單元第一次的練習活動是安排在活動二的「長條圖的辨識與報讀」，而這知識點是第二次的練習，兩次練習的方式不同。這次課程的鋪陳是先給圖式說明「多種策略」，透過深化的提問要求孩子進行「判讀」，讓孩子了解不同長條圖的使用時機，進行「策略選擇」，最後建立各類長條圖之間關係的知識地圖。

最後是利用其他情境的檢測與練習。

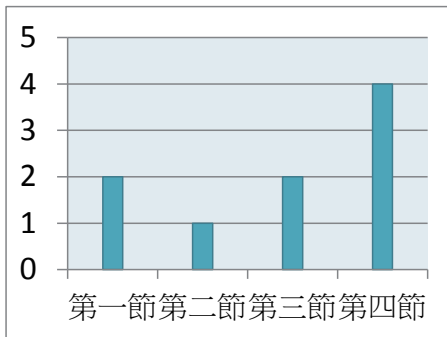
教學設計模組

- 3-1 原始任務→嘗試解任務→沒有效率→有效率
- 3-2 原始任務→嘗試解任務→沒有效率→有效率→層次提問
- 3-3 多種策略→判讀→策略選擇

活動3 長條圖的合併

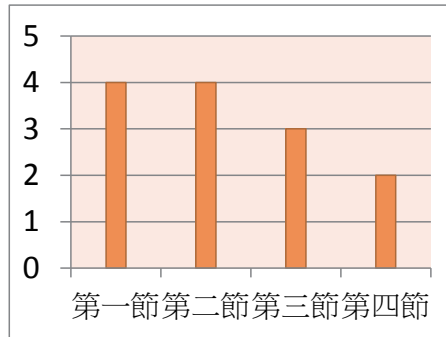
- 1 恭喜各位通過考驗，迎面而來的是下一個挑戰。老師想從剛剛練習的兩張長條圖來得知林書豪每一節的「投球次數」，但覺得有點麻煩。因為老師要一下子看左邊，一下子看右邊，感覺脖子快扭到了。

球數



林書豪各節投進球數的長條圖

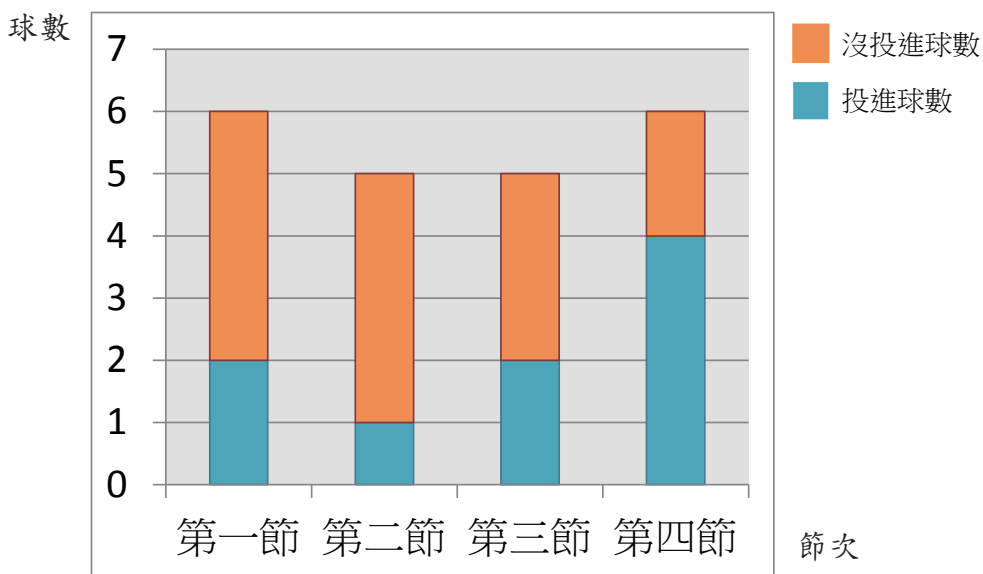
球數



林書豪各節沒投進球數的長條圖

小朋友，你們知道老師的困擾嗎？你覺得長條圖可以怎麼改善呢？如果把兩個長條圖合併起來，可以嗎？請試看看。

原來，投進球數的長條圖和沒投進球數的長條圖，兩個長條圖竟然可以用疊羅漢的方式把它堆疊起來，這是「堆疊式複合長條圖」。你看，神奇吧！



林書豪各節投球情況的長條圖

小朋友，疊起來的長條圖「右上方」多了一個圖例，你知道它代表的意思嗎？請說說看。

右上角的圖例，是在告訴我們，堆疊式複合長條圖，每一個長條都是「沒投進球數」和「投進球數」的總和，也就是每一節的總投球次數。

清楚這個圖例的意思之後，我們可以進一步來探討這些問題。

① 第四節的投球次數比較少嗎？怎麼判斷，說看看。

第四節的投球次數並沒有較少，因為它和第一節一樣都是6次。

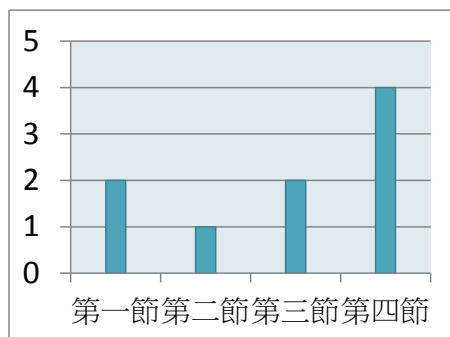
② 各節的投球次數差異大嗎？怎麼判斷，說看看。

各節的投球次數差異不大，只差了1次而已。

從長條圖中，我們可以看到第四節的投球次數有6球，其中第一節和第四節的投球次數都是6球，是投球次數比較多的小節。而投球次數比較少的第二節和第三節，投球次數也有5球，林書豪在這場比賽中，各節投球次數差異不大。

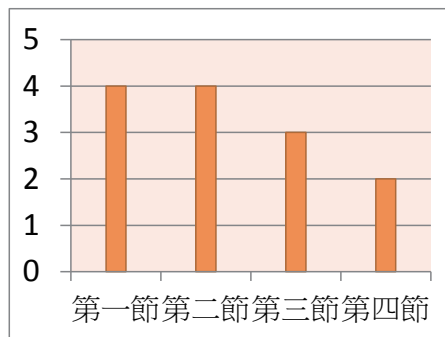
②研究完投球次數，老師想進一步知道林書豪在每一節中「投進球數和沒投進球數的差異」。這時候，老師的麻煩又來了，因為老師又要一下子看左邊，一下子看右邊，感覺頸子又快扭到了。

球數



林書豪各節投進球數的長條圖 節次

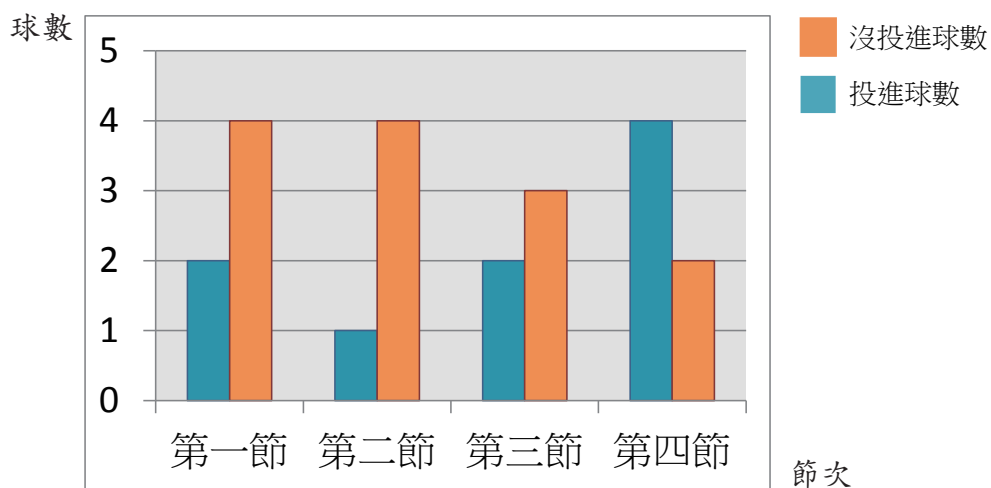
球數



林書豪各節沒投進球數的長條圖 節次

小朋友，你知道老師的困擾嗎？你覺得長條圖又可以怎麼改善呢？兩個長條圖除了可以疊羅漢之外，還可以怎樣合併呢？請試看看。

原來，投進球數的長條圖和沒投進球數的長條圖，兩個長條圖竟然可以用直接放置在兩側的方式，把它合併起來，這是「併置式複合長條圖」。你看，神奇吧！



林書豪各節投進球數的長條圖

這個圖不是疊羅漢，它是把投進球數和沒投進球數的長條圖，併置在左右兩側，併置之後，我們也進一步來探討一些問題。

- ① 第一節投進的球數多還是沒投進的球數多？**沒投進球數多**
- ② 第二節投進的球數和沒投進的球數相差幾顆？**相差3顆**
- ③ 第四節投進的球數和沒投進的球數相差幾顆？**相差2顆**

有了上述的認識，我們還可以進一步探索

- 4 第一節和第二節，哪一節投球情況較佳？怎麼判斷，請說看看。

第一節投球情況較佳，因為第一節和第二節的「沒投進球數」一樣都是4顆，但是第一節的「投進球數」比第二節多了1顆，所以可以判斷第一節投球情況較佳。

- 5 第一節和第三節，哪一節投球情況較佳？怎麼判斷，請說看看。

第三節投球情況較佳，因為第一節和第三節的「投進球數」一樣都是2顆，但是第一節的「沒投進球數」比第三節多了1顆，所以可以判斷第三節投球情況較佳。

- 6 最後，請問林書豪在第四節中的表現有比其他節好嗎？怎麼判斷，請說看看。

林書豪在第四節一共投了6次，「投進球數」是4顆，「沒投進球數」是2顆，和其他各節比起來，第四節的投進球數最多，投不進球數最少，所以可以判斷林書豪在第四節中的表現比其他節好。

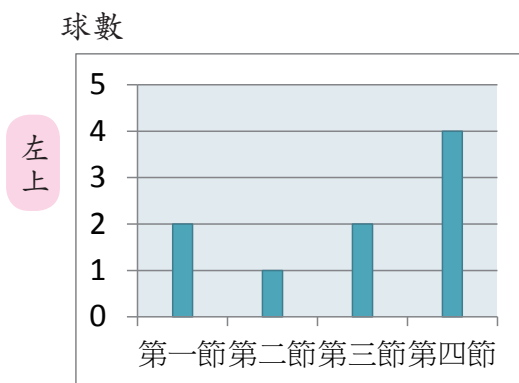
- 7 從這個併置式複合長條圖中，大家還看到什麼訊息？或是還可以知道什麼結果？

從這個併置式複合長條圖中還可以看出，林書豪在第二節的投進球數最少，只有1顆，投不進球數最多，有4顆，和其他各節比起來，第二節的表現最差。

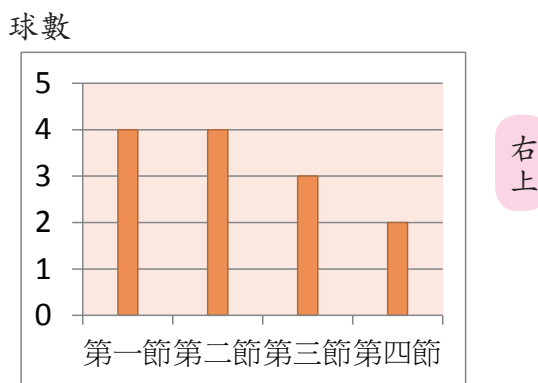


在籃球場上，一般用「出手次數」這個詞來說明投球次數；「命中率」或「投球情況」來描述「進球與不進球」的差異情況。當出手次數跟命中率都很好的時候，亦即該球員在當節的表現很好。

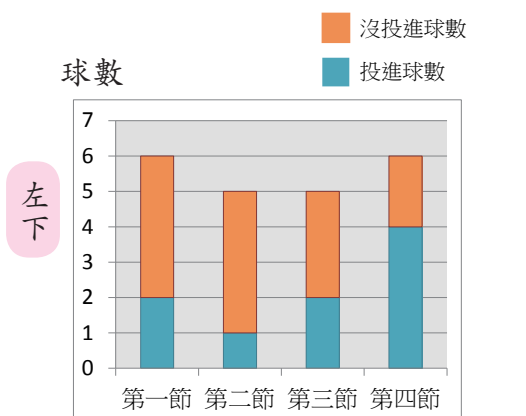
③經過上述的探索，從下圖，老師想再進一步探索。



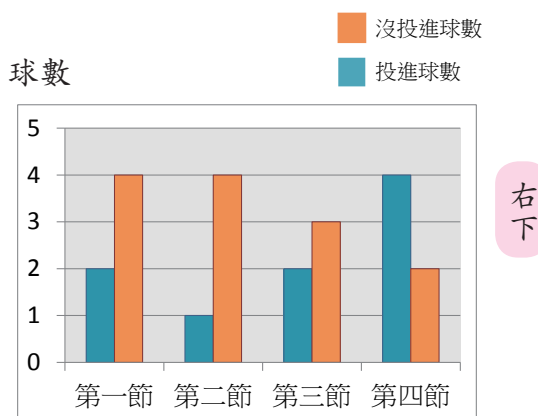
林書豪各節投進球數的長條圖



林書豪各節投不進球數的長條圖



林書豪各節投球情況的長條圖

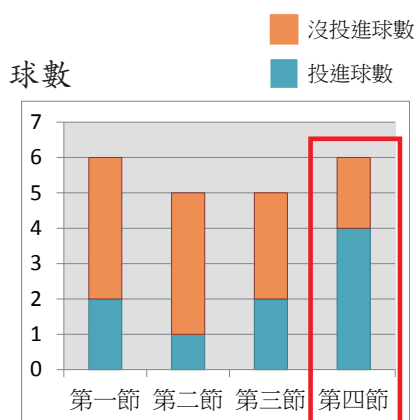


林書豪各節投進球數的長條圖

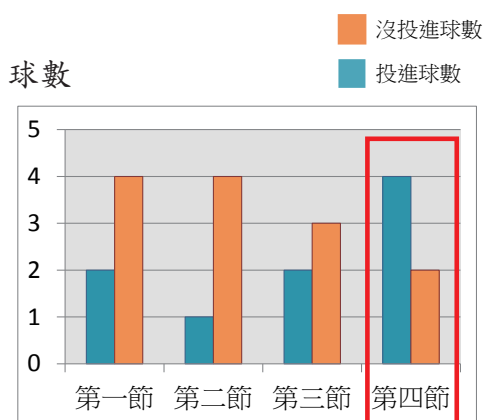
- ①如果想探索各節的投球次數，應該從哪一個長條圖判斷？
應該從左下的長條圖判斷，因為這個長條圖可以一次就看出各節的投球次數。
- ②如果想探索各節投進和沒投進球數的差異，應該從哪一個長條圖判斷？
應該從右下的長條圖判斷，因為這個長條圖可以很快比較出各節投進和沒投進球數的差異。

結論

經過上述一連串的探索，我們可以從下面兩個長條圖中看出林書豪在這次比賽中，第四節的投球次數和投球情形，都是各節中最棒的。



林書豪各節投球情況的長條圖 節次

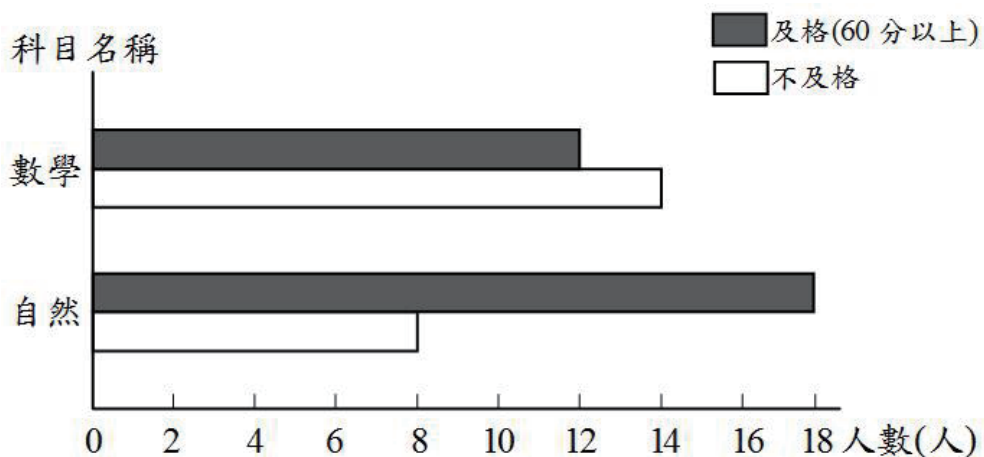


林書豪各節投進球數的長條圖 節次



在籃球場上，一般用「出手次數」這個詞來說明投球次數；「命中率」或「投球情況」來描述「進球與不進球」的差異情況。當出手次數跟命中率都很好的時候，亦即該球員在當節的表現很好。

- 4 小朋友，仔細觀察下面的長條圖，它的縱軸和橫軸分別表示什麼？這個長條圖和我們前面看過的長條圖哪裡不一樣？請說說看。



六年5班第三次月考數學和自然成績分布長條圖

大部份的長條圖都用縱軸表示「數量」，用橫軸表示「類別」，如果把縱軸改成「類別」，把長條圖橫軸改成「數量」，這時，長條圖的方向就會變成橫的。

請根據上面的長條圖回答下列問題：

1 四年甲班有幾人？（ 26 ）人 $12+14=23$ 或 $18+8=23$

2 哪一科考不及格的人數比及格的人數多？（ 數學科 ）

3 雯雯說，兩科都考不及格的人數是 $14+8=22$ （人），你覺得她的算法合理嗎？請說明你的理由。

不同意，因為數學考不及格的人，自然可能考及格，也可能考不及格，從這個統計表的訊息只能得知，兩科都考不及格的最多可能有8人。 $14+8=22$ ，算出來的22人是表示至少有一科考不及格的人數，而不是兩科都考不及格的人數。

課程規劃與教學建議

活動四的主要內容是「省略符號」，分成三個小知識點來進行規劃：更精準的長條圖、省略符號的需求、省略符號的誤用。

第一個知識點是「更精準的長條圖」，隨著統計數據的內容更加多元，在座標上必須補上明確的單位，才能避免判讀時的困擾。課程鋪陳的目的在「製造衝突引發需求」，它的教學設計模組是「既定訊息」→「衝突訊息」→「精準需求」。為了要鋪陳衝突點，所以先讓孩子猜猜球員的薪資，並給予「既定訊息」，也就是明確的薪資高低順位；接著，給出一個訊息還算完整但卻不夠完備的一組長條圖，並在這組長條圖中埋放「衝突訊息」；最後，為了「精準需求」，座標軸中必須明確標示單位。

第二個知識點是「省略符號」，當長條圖的數據過大，但又期待看出其中的差異時，就有省略符號的需求。課程鋪陳的目的在「製造需求」，它的教學設計模組是「一個提議」→「結果不如預期」→「調整作法」→「再調整作法」→「解決困擾的同時也製造新的困擾」→「再解決困擾」。

為了要鋪陳省略符號這個需求點，又想要完整呈現，所以這個模組比較複雜。一剛開始從「一個提議」著手，因為之前把統計表改成長條圖之後，確實能夠更加容易、快速看出差異；但如法炮製改成長條圖之後，卻發現效果大打折扣「結果不如預期」，所以踏上「調整作法」、改變之路。

初步的調整作法是加上統計表的數據，但這麼一來看不出長條圖的必要性。為了從長條圖中，看出數據間的差異，所以「再度調整作法」，把數據微小差異的縱座標放大；但這麼一來「解決困擾的同時也製造新的困擾」，也就是說，雖然可以容易從長條圖中看出差異，但是這個長條圖的縱軸經過放大之後，如果要印成報表，會變得很長很長，非常浪費資源。此時「再解決困擾」，也就是省略符號的需求就因應而生。

第三個知識點是「省略符號的誤判」，有些長條圖更省，他把省略符號也省略了，此時，如果沒有細看座標軸上的數據，單看圖示，極可能會有誤判。課程鋪陳的目的在「釐清迷思」，它的教學設計模組是「一個情境」→「兩種判讀」→「釐清想法」。先透過圖示搭起「一個情境」，並提供「兩種判讀」，似是而非的判讀，最後透過討論「釐清想法」。

教學設計模組

4-1 既定訊息→衝突訊息→精準需求

4-2 一個提議→結果不如預期→調整作法→再調整作法→解決困擾的同時也製造新的困擾→再解決困擾

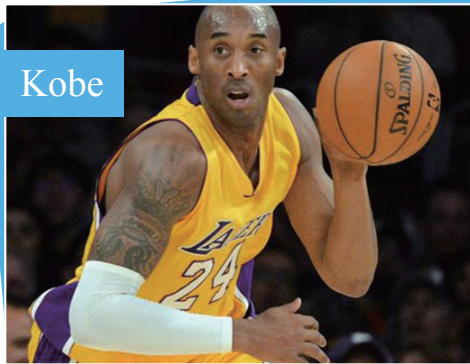
4-3 一個情境→兩種判讀→釐清想法

活動4 省略符號

1 這一小節，我們想來探索職業籃球員的薪水。

職業籃球選手在出道時，一般來說薪水不是很高，要經歷過一番的表現，能力受到肯定之後，薪水才會調高。每個球季結束，球團會考慮球員的去留，並且評估球員的新合約。

這裡有四位職業籃球員，猜猜看，他們的年薪順位為何？



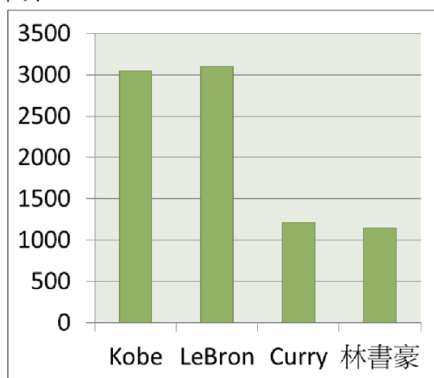
(引自網路資料 <https://www.basketball-reference.com/>
<http://www.fingermedia.tw/?p=504893>
<http://qqoo9900.pixnet.net/blog>)

以年度最高薪來排序，他們薪水的順序是Kobe、林書豪、林志傑、田壘。

下面兩張圖，是學生繪製的長條圖，左圖是NBA球員的薪資，右圖則是臺灣球員的薪資。前文曾經提到，林志傑的薪水比林書豪的薪資還要低，但是在這兩張長條圖中，林志傑的長條圖長度卻比林書豪的長，到底是哪裡出了問題？

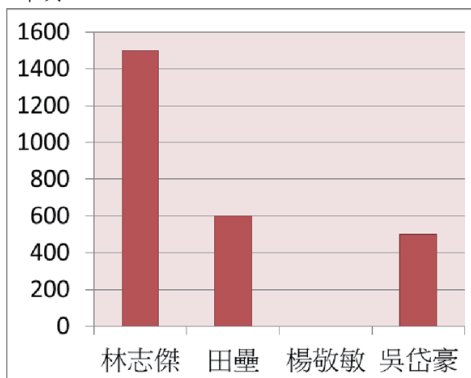
經過詢問之後，原來是長條圖忘了補充某一項訊息，請問大家知道是忘了補上哪一項訊息嗎？**忘了補上幣別，美國職籃的長條圖薪資應該補上「美金」，臺灣職籃的長條圖補上「臺幣」。**

薪資



美國職籃球員薪資長條圖 人名

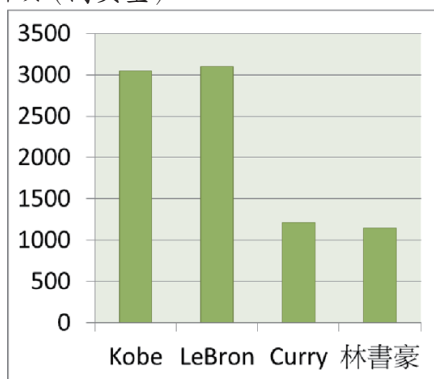
薪資



臺灣職籃球員薪資長條圖 人名

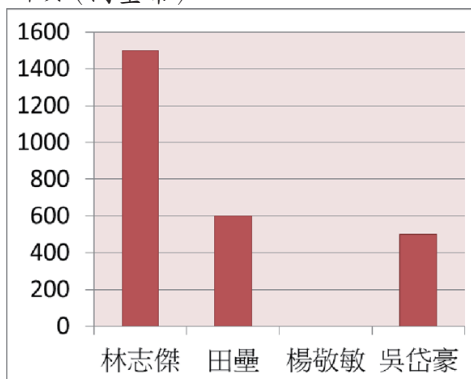
據說楊敬敏薪資大約是700萬臺幣，在圖上該怎麼畫？

薪資(萬美金)



美國職籃球員薪資長條圖 人名

薪資(萬臺幣)



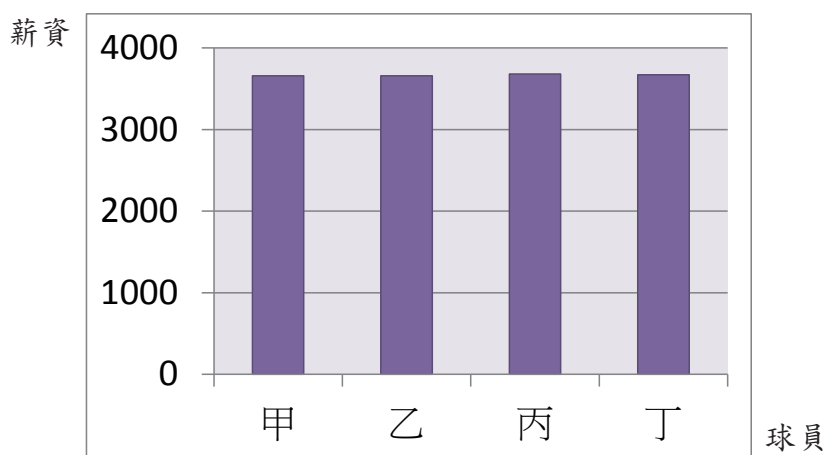
臺灣職籃球員薪資長條圖 人名

- ② 以下的統計表，是甲、乙、丙、丁四位球員四年薪資合約，他們的薪資都很接近。

球員	甲	乙	丙	丁
薪資 (萬臺幣)	3657	3660	3680	3670

- ① 請問上表中，誰的薪資最高？**丙**
- ② 請問上表中，誰跟誰的薪資最接近？**甲和乙**

小朋友，下圖是根據上面的統計表資料所做成長條圖，你發現了什麼？**看不出來誰的薪資比較高**



球員薪資長條圖

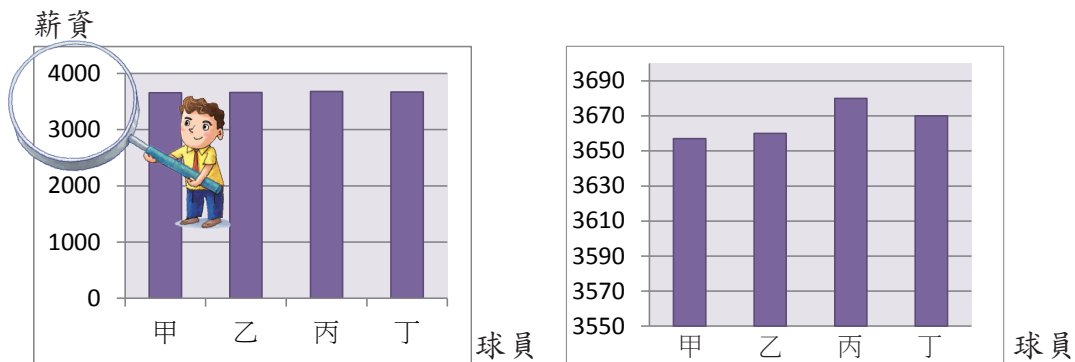
做成長條圖之後，很難從長條圖中一眼看出誰的薪資比較高。如果要發揮長條圖的功能：一眼看出差異，可以怎麼調整？說看看。

其中一個方法就是在每個長條的頂端加上註記，如下圖。



球員薪資長條圖

另外一個方法，是拿放大鏡，這樣就可以看清楚薪資的差異。



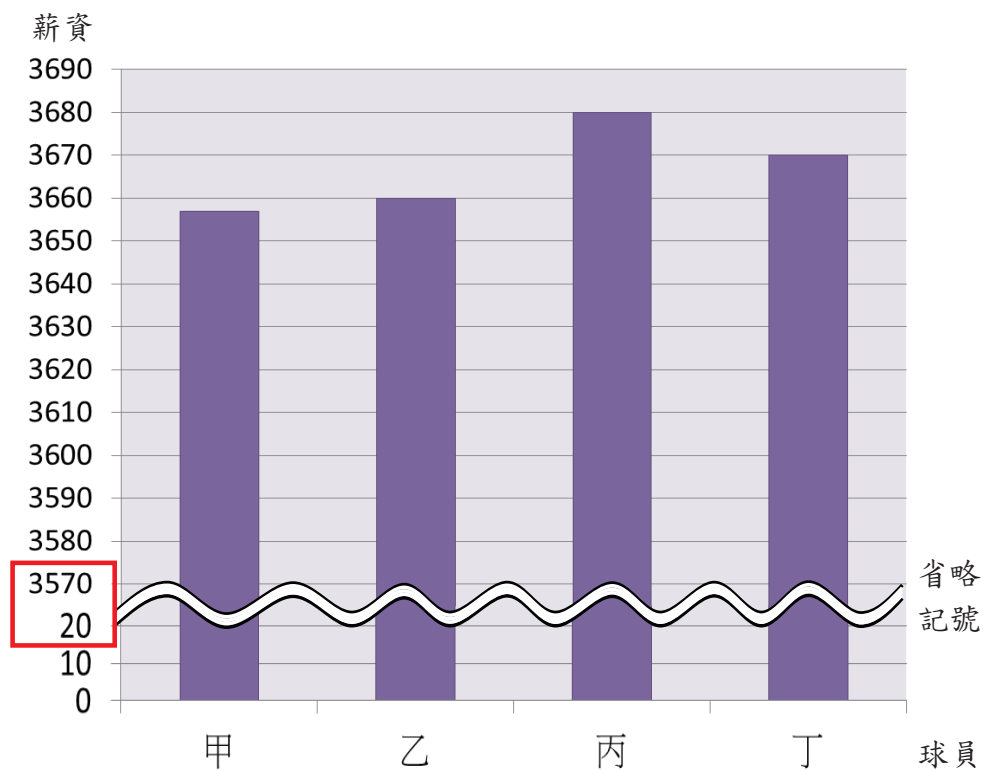
球員薪資長條圖

球員薪資長條圖

但把縱軸的間距放大之後，感覺怪怪的。右邊的長條圖，下面的資料都不見了，我們趕緊把它找回來吧!



問題又來了，如果真的要將這個長條圖畫完整，那可能需要很長很長的一張紙，想一想，長條圖可以怎麼改善呢？請說看看。

改善方式如下，加上省略符號。



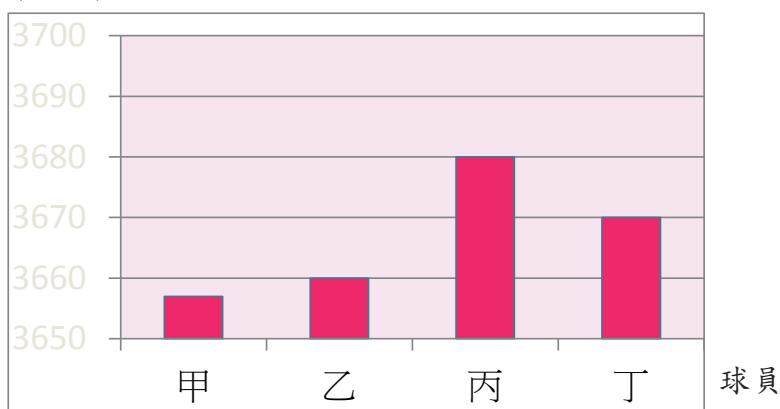
球員薪資長條圖



省略記號 ：當統計數量過大，統計圖不易畫出全部的數量時，可用「」這個省略符號。省略記號可以讓大量的差距看起來更明顯，還可以讓圖的大小適中。

- 3 有一天，老師看到一個薪資長條圖，正在驚嘆丙球員的薪資也太高了吧！看起來竟然是乙的兩倍多到三倍，但也在此時，老師的朋友說：「你被騙了，哈哈！睜大眼睛看清楚。」

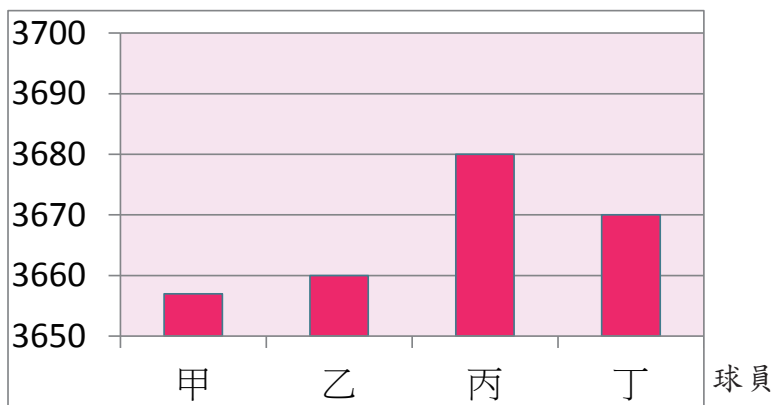
薪資（萬元）



球員薪資長條圖

老師仔細瞧瞧之後，發現長條圖的縱軸竟然如下圖，這才恍然大悟，原來自己真的被騙了。請問被騙的原因為何？老師仔細瞧瞧之後，發現長條圖的縱軸是從3650開始，所以丙的薪資其實只比乙多了20萬元，而不是乙

薪資（萬元）的兩倍多到三倍。



課程規劃與教學建議

活動五的主要內容是「折線圖」，分成三個小知識點來進行規劃：從長條圖轉成折線圖、折線圖的報讀、長條圖與折線圖的相異處。

第一個知識點是「從長條圖轉成折線圖」，課程鋪陳的目的在讓孩子清楚「統計圖轉換」的過程，它的教學設計模組是「長條圖(格式A)」→「操作性步驟轉化」→「折線圖(格式B)」。先找一份適合做「長條圖」，也適合做折線圖的數據，然後透過「操作性步驟轉化」，也就是將長條圖的頂點逐一連線，此時，長條圖與折線圖共存，將長條圖去除之後，就轉化成「折線圖」了。完成後的折線圖，依然保有長條圖的訊息。

第二個知識點是「折線圖的報讀」，課程的鋪陳是透過有層次的提問，讓孩子熟悉「折線圖的功能」。提問分三個層次，問題一、二是層次一，主要是「泛說」，讓孩子隨意發表，問題一著重在「觀察」、問題二著重在「猜測」與推論；問題三、四是層次二，「聚焦」到折線圖的主要功能，也就是描述數據的變化情況，除了變高和變低之外，還包括變化的劇烈與緩和；問題五是層次三，著重在合理的「推論」。

第三個知識點是「長條圖與折線圖的相異處」。這是本單元的第三次練習，但有別於前兩次的練習，這次練習的主軸在學生自行出題，教學設計模組是「出題」→「分類」→「聚焦」→「推論」。

先讓孩子依照折線圖自行「出題」，並收集孩子所出的題目。接著，要求孩子判斷出好的提問，此時，孩子必須針對這些問題進行「分類」，並「聚焦」在什麼才是好的折線圖提問，從中淬鍊出好的題目。最後，再度回到合理「推論」。

教學設計模組

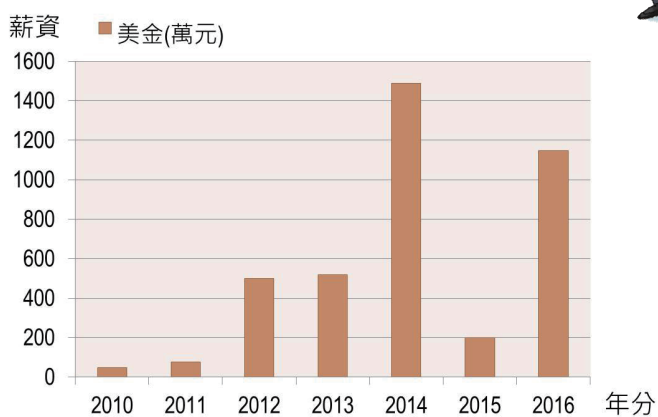
5-1 格式A→操作性步驟轉化→格式B

5-2 泛說→觀察→猜測→聚焦→推論

5-3 出題→分類→聚焦→推論

活動5 折線圖

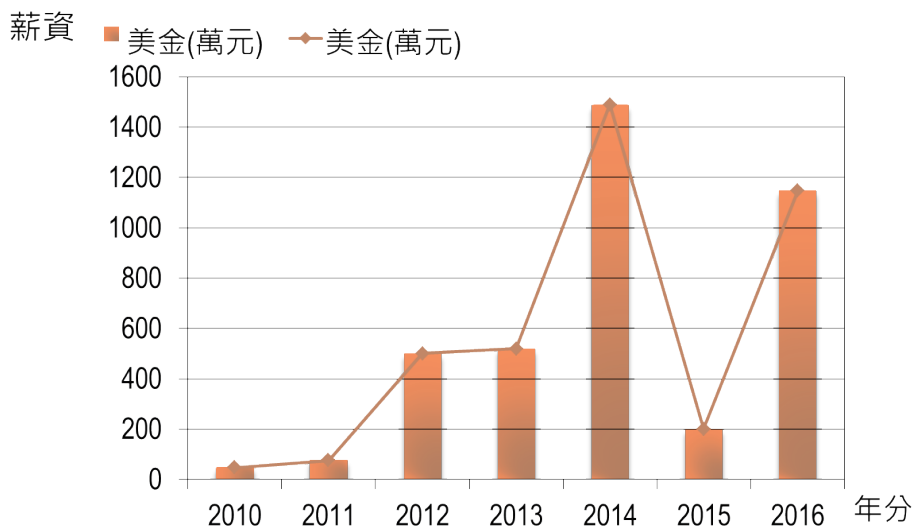
① 林書豪從2010年開始進入NBA，我們來看看他歷年的薪資。



林書豪在NBA的歷年薪資長條圖

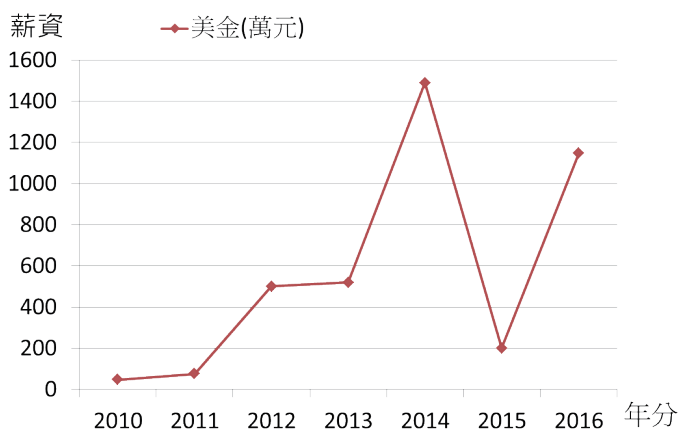
(引自網路資料 <https://www.basketball-reference.com/> 和 <https://m.nownews.com/news/140352>)

老師把歷年的薪資用線連起來，如下圖



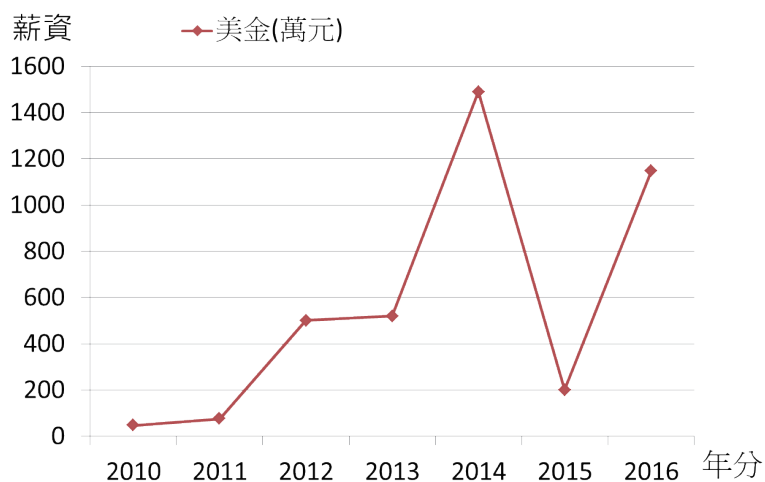
林書豪在NBA的歷年薪資長條圖

如果把長條圖去除，只留下連線的部分就變成「折線圖」。橫軸還是年分，縱軸還是薪資，而且依然可以看出2010年的年薪最低，2014年的年薪最高。



林書豪在NBA的歷年薪資統計圖

- 2 除了長條圖既有的訊息之外，折線圖還提供哪些訊息呢？讓我們繼續探究吧！



林書豪在NBA的歷年薪資統計圖

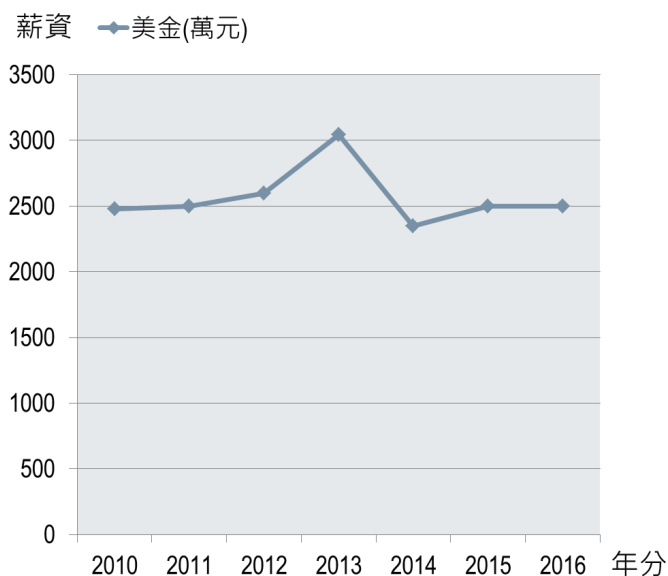
小朋友，請仔細觀察上面的折線圖並思考下面的問題。

- 2010～2014年，林書豪的薪資有什麼改變？說看看。
2010~2014年，林書豪的薪資越來越高。
- 猜猜看，改變的原因有哪些？
投球命中率變高、得分越來越多，所以薪水越來越高。
- 2010～2011年、2011～2012年、2013～2014年林書豪的薪資都增加了，哪一個階段增加的幅度比較大？
2013~2014年
- 增加幅度愈大，折線是比較「平緩」或「陡斜」呢？
比較「陡斜」
- 2014～2015年，林書豪的薪資突然遽降，之後又突然遽增，以至於折線圖呈現一個V字形，猜猜看，是什麼原因？說看看。突然遽降的原因應該是受傷了，無法上場；突然遽增的原因，應該是傷勢好了，投球表現恢復水準。

3 老師也找了Kobe的歷年薪資，做了下面的折線圖，請小朋友試著模仿上圖進行提問：

1 : 2012 ~ 2013年，Kobe的薪資有什麼改變？說看看。

2 : Kobe的薪資哪一年薪資最低？



3 折線圖的特性是使人很容易發現資料隨時間變化產生變動的幅度以及發展的趨勢，請問哪些提問有問出上面這個折線圖的特性，說看看。 ①是問2012 ~ 2014年Kobe的薪資有什麼改變？有問出上面這個折線圖的特性。

②只是問薪資的高低，並沒有問出折線圖內資料隨時間變化的幅度和發展的趨勢。

4 請問，Kobe的歷年薪資在哪幾年薪資的起伏比較大？怎麼判斷，說看看。

Kobe的歷年薪資在2012 ~ 2014年起伏比較大，因為折線圖上升和下降的幅度比較大。

課程規劃與教學建議

活動六的主要內容是「複合折線圖」，分成二個小知識點來進行規劃：複合折線圖的需求、折線圖的使用時機。

第一個知識點是「複合折線圖的需求」，課程鋪陳的方式跟複合長條圖雷同。先給一個「原始任務」，接著老師「嘗試解任務」，並在嘗試之後出現解題上的困擾，也就是「沒有效率」，最後引出核心任務，尋找「有效率」的方式，也就是複合折線圖。

最後是提問，著重在觀察變化以及變化的程度，著重在解讀與推論的提問。

第二個知識點是「折線圖的使用時機」，因為有些人會以為，把長條圖的頂端連線就變成折線圖，但這是有限制的。折線圖有一個非常重要的要素那就是的橫坐標必須要是連續變項才可以。課程鋪陳的目的在「釐清概念」，它的教學設計模組是「模仿」→「出現困擾」→「比較」→「釐清想法」。

一剛開始先給了一份橫坐標是項目變項的長條圖，並且「模仿」活動五的方法完成折線圖；完成之後，順理成章來到提問。問題一在解釋時就「出現困擾」，問題二試著引導孩子進行不同折線圖的「比較」，更是突顯此折線圖的荒謬，最後在問題三時「釐清想法」。

教學設計模組

6-1 原始任務→嘗試解任務→沒有效率→有效率

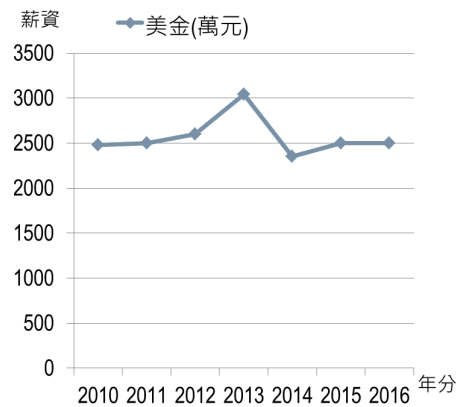
6-2 模仿→出現困擾→比較→釐清想法

活動6 複合折線圖

- 1 分別研究完林書豪和Kobe之後，老師想來比較一下兩人的資料。



林書豪在NBA歷年薪資折線圖



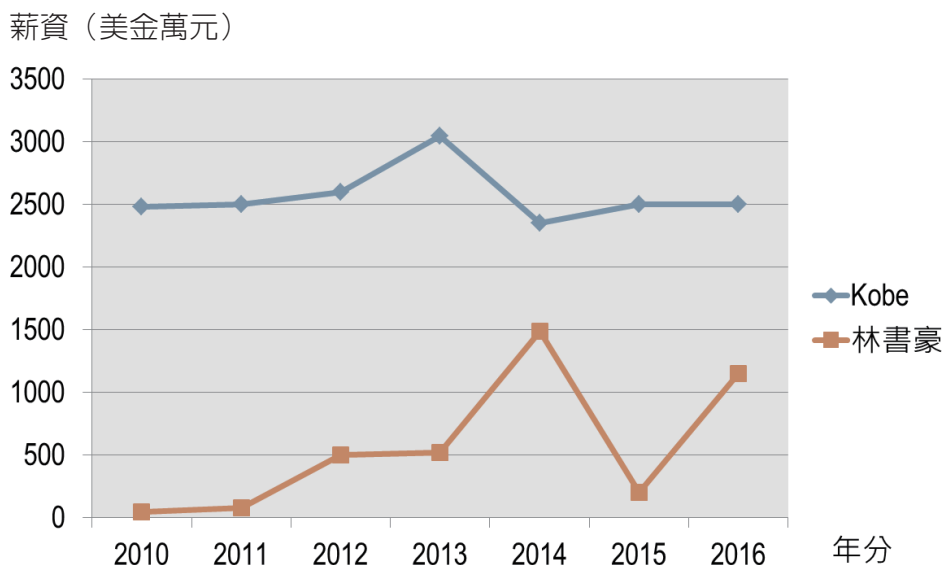
Kobe在NBA歷年薪資折線圖

- 1 Kobe和林書豪的薪資，在哪一年相差最少？

2014年相差最少。

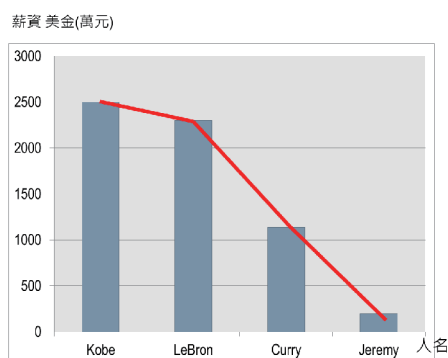
- 2 回答這個問題時，有什麼困擾？可以試著把兩個折線圖合併嗎？怎麼合併，試看看。

要同時看左右兩個折線圖，很不方便。可以合併，把縱軸的薪資增加到3500萬美金，就可以把兩人的折線圖合併在一起了。

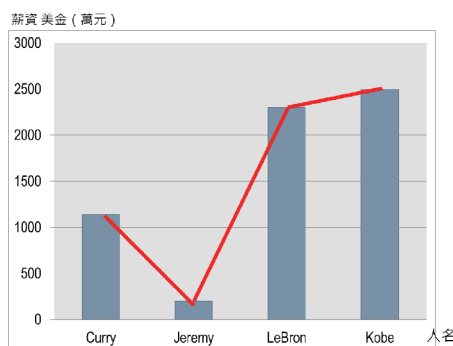


- 3 合併之後的折線圖，可以一眼看出哪一年的薪資相差最少嗎？說說看，怎麼判斷的。**2014年相差最少，因為折線圖上，在2014年時兩人的點距離最近。**
- 4 Kobe和林書豪的歷年薪資，誰的變化比較大(明顯)？說說看，怎麼判斷的。**林書豪的歷年薪資，變化比較大，因為他的薪資在2010年最低，還不到100萬美金，到了2013年最高時，約有1500萬美金，但隔年又下降到只剩約200萬美金，到了2015年又升高到約1200萬美金，變化幅度相當明顯。**
- 5 從表格中你還看到什麼訊息或推論？
Kobe的投球表現很穩定，比賽時一定幫球隊得很多分，因為他的薪資一直都很高。

- 2 班上有幾位同學學會了折線圖之後，覺得很開心。他們把學過的「職籃球員薪資長條圖」也改成折線圖，出現了下面兩個圖。



NBA球員薪資統計圖



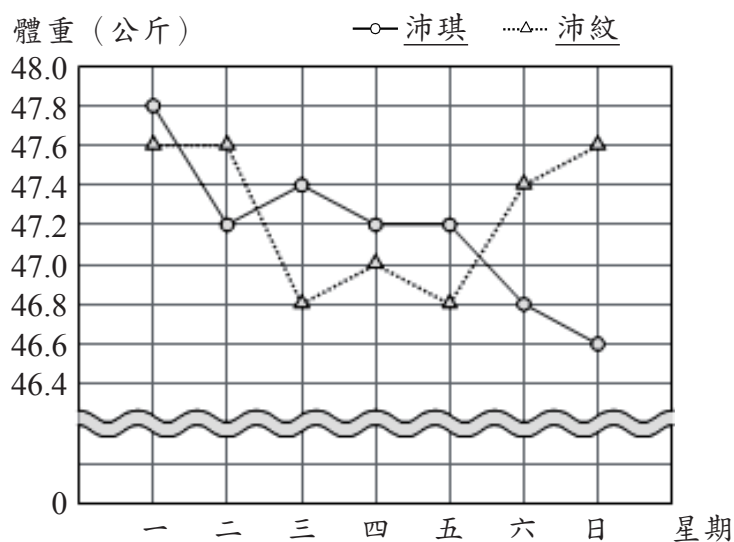
NBA球員薪資統計圖

- 1 左圖似乎看到了逐漸遞減的趨勢，但是該怎麼解釋？
從Kobe、LeBron、Curry、到Jeremy，四個人的薪資薪資一個比一個低。
- 2 相同的資料，如果人名的順序更換之後，卻產生出不同的折線圖，也看到不同的變化，但是該怎麼解釋呢？
折線圖先下降接著又上升，但這不是某個球員的薪資減少或增加，而是每個球員薪資高低不同，排列順序更換之後，讓折線圖產生這樣的情形。
- 3 橫坐標是人名的時候，很難解釋？為什麼，說看看。
橫坐標是人名的時候，折線圖的功用和長條圖一樣，只能看出誰高誰低，這個時候折線圖顯示的趨勢不是一段時間的變化，只是四人人薪資高低的差異，無法突顯折線圖的特性。
為什麼「職籃球員薪資長條圖」改成折線圖後，很難解釋？



1. 人名、交通工具種類、資源回收種類、各社團參加人數……等，這些想要「顯示資料間差異」或是「個別資料的大小」，適合做成長條圖；身高、體重、氣溫、雨量、產品銷售量……等，這些可以「顯示出資料變化和趨勢」，才適合做成折線圖。
2. 折線圖的橫坐標排列順序不能變動，不然就會改變資料原本要表達的意思。

- 3 沛琪和沛紋這個星期進行減重，下圖是沛琪和沛紋這個星期的體重變化折線圖。

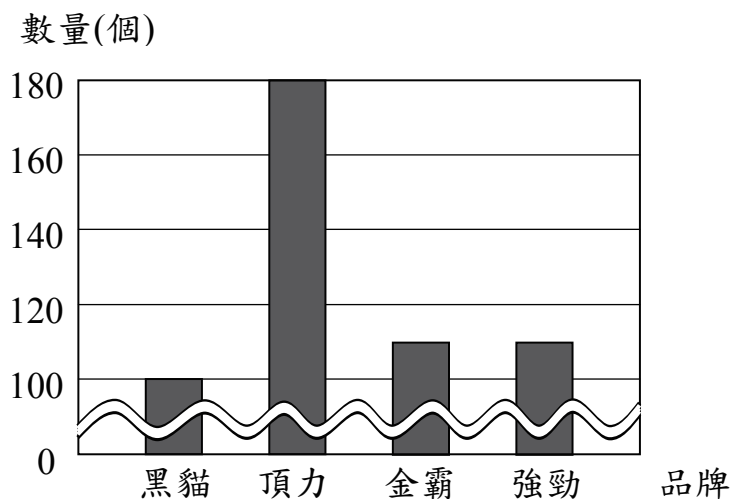


沛琪和沛紋這個星期的體重變化折線圖

- 1 經過這個星期，沛琪的體重減少了 (1.2) 公斤。
- 2 經過這個星期，沛紋的體重減少了 (0) 公斤。
- 3 沛琪和沛紋兩人在哪幾天，體重可能會一樣？
(星期二到星期三之間、星期五到星期六之間)
- 4 過完這個星期後，沛琪和沛紋，誰減重成功？(沛琪)

活動7 綜合練習

1 下圖是7月~12月賺很多公司使用的各品牌電池數量長條圖：



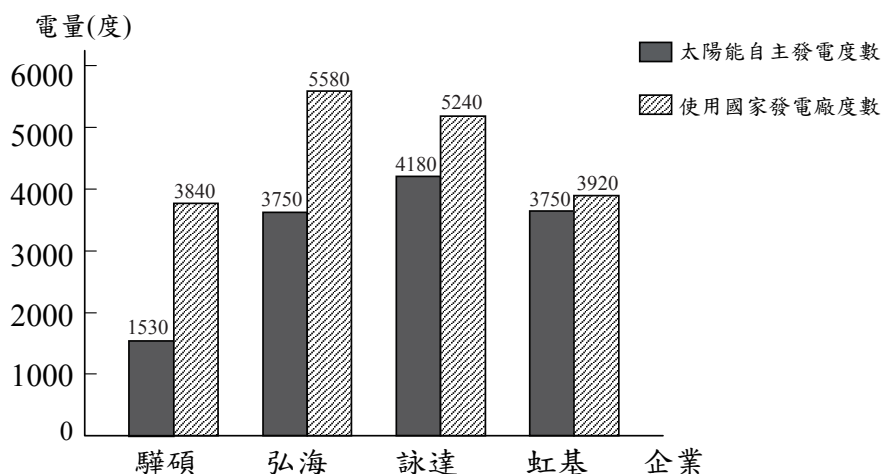
賺很多公司使用的各電池品牌數量長條圖

- 1 賺很多公司7月~12月使用（頂力）牌的電池數量最多，是（180）個。
- 2 賺很多公司7月~12月使用（黑貓）牌的電池數量最少，是（100）個。
- 3 從長條圖中可以看出頂力牌是賺很多公司的最愛品牌，你認為其中的原因是什麼？請用文字說明你的理由。

頂力牌電池應該常常在促銷，或者原本售價就比較便宜，要不然就是電力比較持久，所以賺很多公司愛用頂力牌電池。

- 2 比特比國家自從簽定「國際節能減碳條約」後，決定舉辦「節電我最行」比賽。本比賽預計頒發高額獎金，鼓勵全國家庭和企業加入節電行動，該國幾家規模差不多的知名企業也響應政府節能減碳，紛紛加入此次「節電我最行」的比賽行列。

比特比國內各家企業都設有太陽能發電裝置，因此「節電我最行比賽」是將各企業的「太陽能自主發電度數」和「使用國家發電廠度數」兩項成績合併計算，所以各企業若想奪得獎金，就必須設法提高「太陽能自主發電度數」和減少「使用國家發電廠度數」。以下是這一季「節電我最行比賽」幾家企業發電和用電情況。

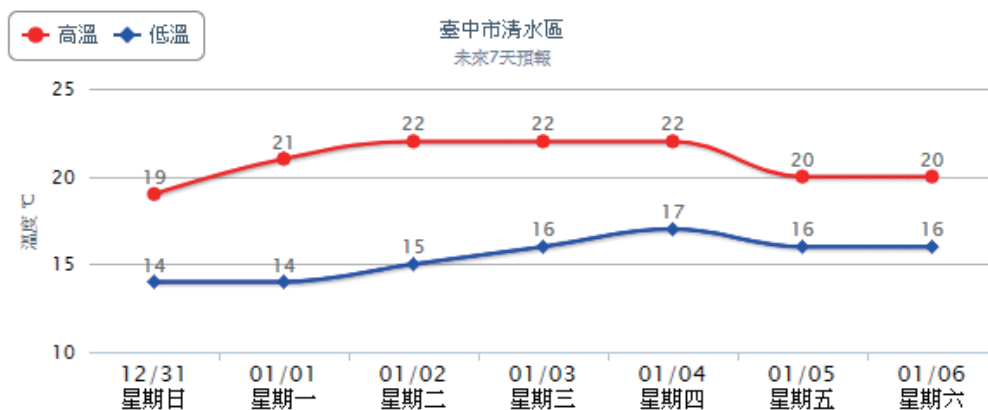


節電我最行比賽各企業發電和用電的長條圖

- 1 本季「使用國家發電廠度數」最少的企業是（驊碩）。
- 2 本季「使太陽能自主發電度數」最多的企業是（詠達）。
- 3 你覺得這次的「節電我最行」比賽應該把獎金頒給哪一家企業，請用文字說明你的理由。

我覺得這次的「節電我最行比賽」成效最好的是虹基企業，因為虹基企業的「太陽能自主發電度數」和弘海、詠達兩家企業相差不多，但在「使用國家發電廠度數」卻明顯低於這兩家企業。此外，雖然驊碩企業的「使用國家發電廠度數」是四家企業中最低，但是只比虹基企業少80度，而它的「太陽能自主發電度數」卻遠低於虹基企業，所以這次的「節電我最行比賽」應該把獎金頒給虹基企業。

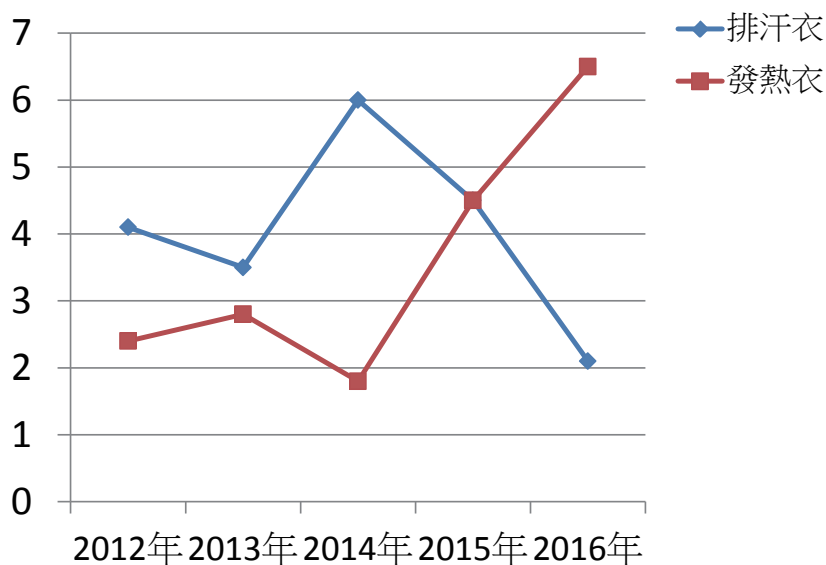
3 下圖是清水區一週溫度趨勢圖。



- 1 這一週每天的溫差在 (4) °C 到 (7) °C 之間。
- 2 如果你是電視臺氣象播報員，你要如何播報清水區這一週氣溫概況，請用文字將你要播報的內容寫下來。

清水區這一週每日低溫維持在14～17度之間，高溫則在19～22度之間，每日溫差最低相差4度，最高相差7度，是偏涼到舒適的一週。

- 4 下圖是拉拉衣購網在西元2012年～2016年排汗衣和發熱衣總銷售數量折線圖。



拉拉衣購網在西元2012年～2016年
排汗衣和發熱衣總銷售數量折線圖

- 1 連續兩年銷售量下滑的是（ 排汗 ）衣。
- 2 連續兩年銷售量上升的是（ 發熱 ）衣。
- 3 西元（ 2015 ）年兩種衣服的銷售量一樣。
- 4 西元2016年排汗衣的銷售量慘跌，但是發熱衣的銷售量卻大增，你認為是什麼原因造成這兩種衣服的銷售量有如此的差距？請用文字說明你的理由。

西元2016年冬季，應該有強烈冷氣團南下或霸王寒流來

襲，所以才造成排汗衣的銷售量慘跌，但是發熱衣的銷

售量卻大增的情形。

素養導向國民小學數學教材：讓數據說話—教師手冊

素養導向數學教材 / 單維彰 主編

— 初版 — 新北市三峽區：國家教育研究院，2018.12

1. 數學教育
2. 小學數學
3. 教材與教法

發行人：郭工賓

出版者：國家教育研究院

編審者：十二年國民基本教育數學素養導向教材研發編輯小組

召集人：單維彰

副召集人：林碧珍、鄭章華（依姓氏筆畫順序排列）

編輯小組：吳汀菱、施羿如、洪瑞英、晏向田、馬雅筠、高健維
陳彥霖、陳淑娟、陳維民、曾明德、歐志昌、鄧家駿
謝涓婷（依姓氏筆畫順序排列）

作者：陳維民、謝涓婷（依姓氏筆畫順序排列）

執行編輯：江增成、張淑娟、梁雅婷、蔡敏冲、盧培春
（依姓氏筆畫順序排列）

出版年月：107年12月

版次：初版

電子全文可至國家教育研究院網站 <http://www.naer.edu.tw> 免費取用

本書經雙向匿名審查通過

（請遵創用CC授權「姓名標示-非商業性-相同方式分享」規定，歡迎使用）

