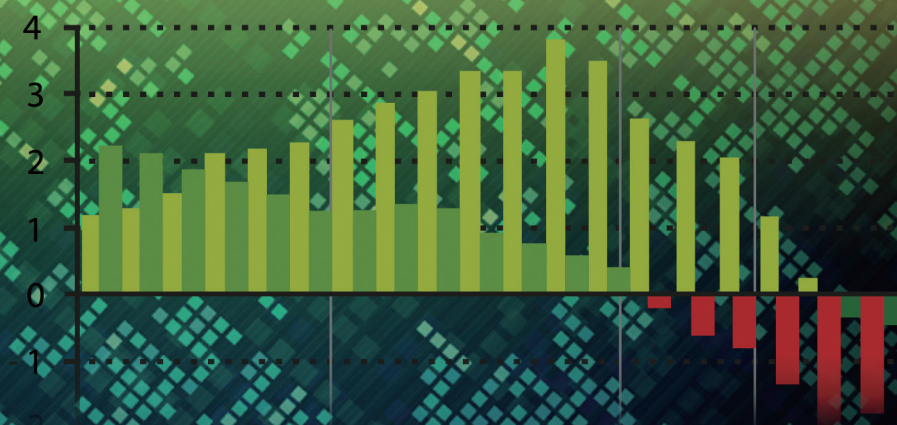
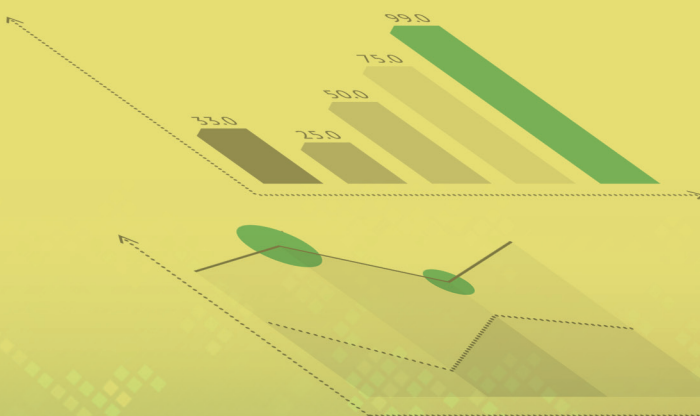


素養導向國民小學數學教材 讓數據說話



國家教育研究院

十二年國民基本教育數學領域教材與教學模式研發編輯小組

讓數據說話

孩子們，你們曾經有過夢想嗎？什麼夢想？
臺灣之光—林書豪，你們聽過嗎？這節課，我們先來說說他的故事。



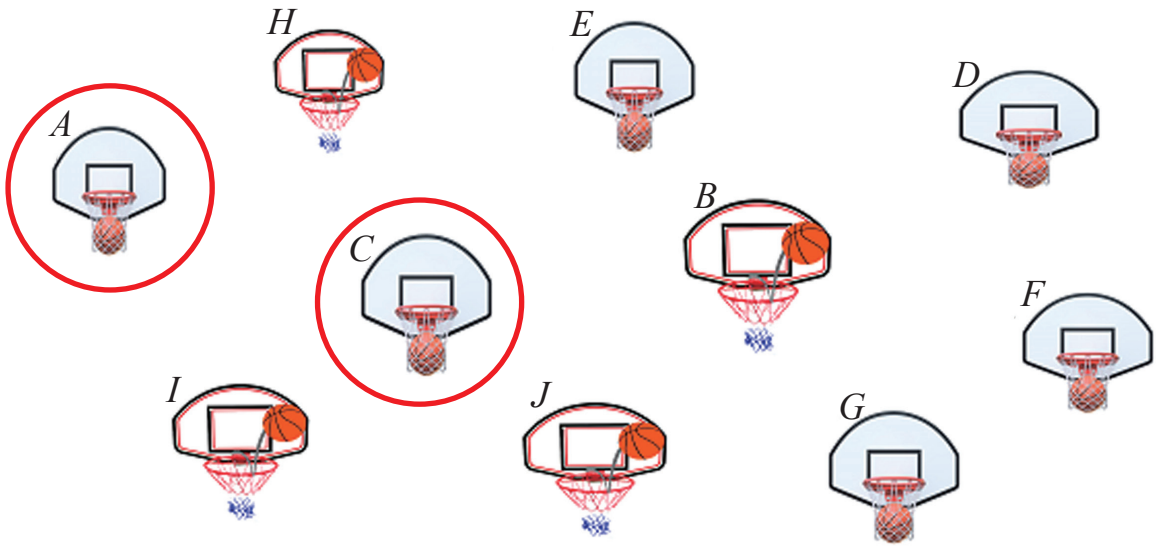
(引自 flicker https://www.flickr.com/photos/gene_wang/14675203606/)

上課之前，老師期望先跟大家培養一點默契，老師有幾點要求：

1. 分組，進行小組競賽
2. 不舉手，隨機抽籤，答對並且能解釋+2分
3. 不會，可以請小組協助，但協助只能+1分
4. 特別加分和搶答
5. 聽到「開始討論」，馬上把握時間討論；聽到「暫停」，馬上回正，腰桿打直。

熱身：做紀錄—統計表

- 1 小朋友，老師播放一段林書豪的罰球影片給大家瞧瞧。有些球有進，有些球沒進，但是我知道罰球的結果依序跟下述A、C、B、H、D、E、F、I、J、G的進球情況一樣。第一球有進、第二球有進……。



現在請把課本蓋起來，老師來考考大家！

- (1) 第一球有沒有進？
- (2) 第五球有沒有進？真的進了嗎？真的沒進嗎？
- (3) 林書豪投進了幾球？
- (4) 這次罰球中，進的球數多還是沒進的球數多？
- (5) 要把這些題目都答對，有什麼好方法？

再看一次影片之後

- ② 剛剛老師要你們把書本蓋起來，考考你們的記憶力，結果有不少人疏忽了。但是，第二次觀看林書豪的影片時，老師看到有人拿紙出來做紀錄，透過記錄，很多問題就解決了。

但是，老師竟然發現到，大致上有這兩類型的記錄方式，你們看看。

表(1)

投球紀錄	○ ○ × × ○ ○ ○ × × ○
------	---------------------

表(2)

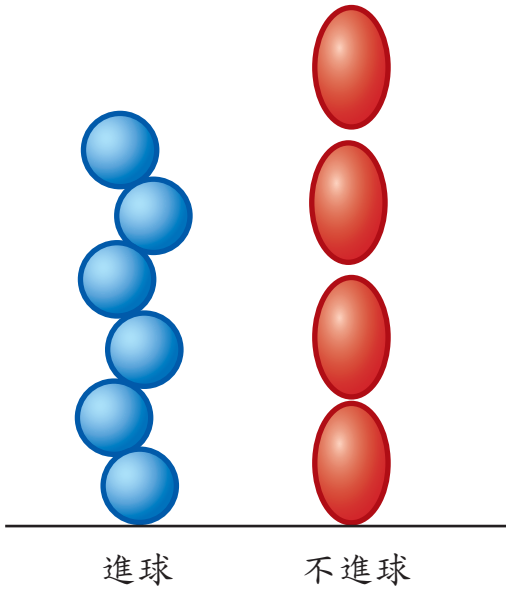
進球	不進球
正 一	正

- ① 請問，表(1)的紀錄是如何完成？
- ② 請問，表(2)的紀錄是如何完成？
- ③ 這兩種不同的紀錄，你覺得哪一種比較好？或是，各有什麼優點？

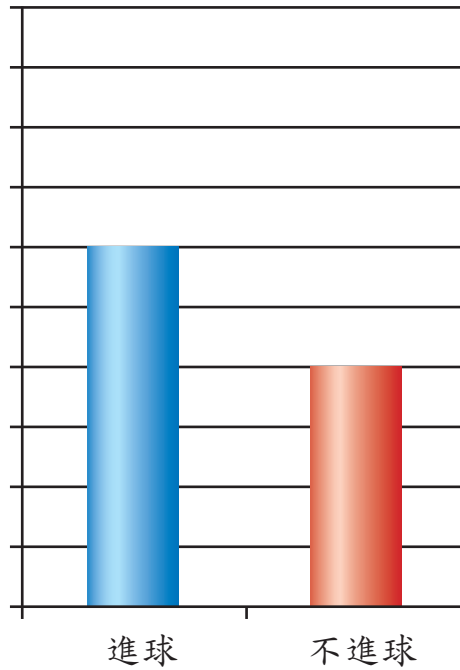
活動1 認識長條圖

1 小朋友，我們試著用畫圖的方式記錄，結果竟然發現小朋友畫出不同的圖形！

圖(1)



圖(2)



針對這兩種畫圖記錄方式，請問：

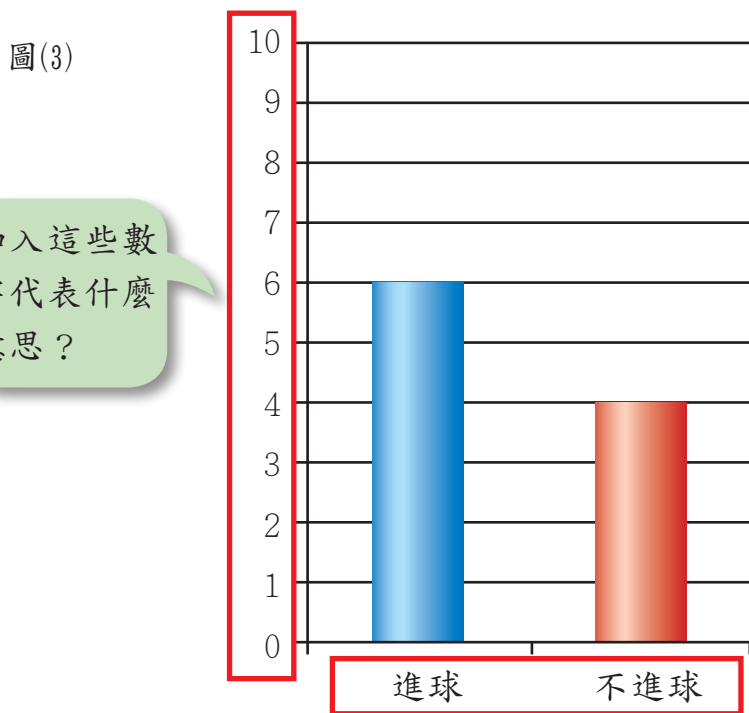
1 哪一個圖比較容易一眼看出進球和不進球的差異？

2 不容易看出差異的那個圖，應該修正哪些地方呢？

- ②小朋友，從剛剛的討論，我們知道，我們目前使用的長條圖，在繪製時，要注意「是否對齊」、「大小要一樣」、「間隔要緊密」的原則。長條圖還有哪些重要元素，讓我們繼續探索下去！

你看看圖(2)和圖(3)有什麼差別？老師在圖(3)長條圖的左側加上1、2、3、……、10，共10個數字，這是長條圖的縱軸；長條圖的下方也有「進球」和「不進球」的標示，這是長條圖的橫軸。

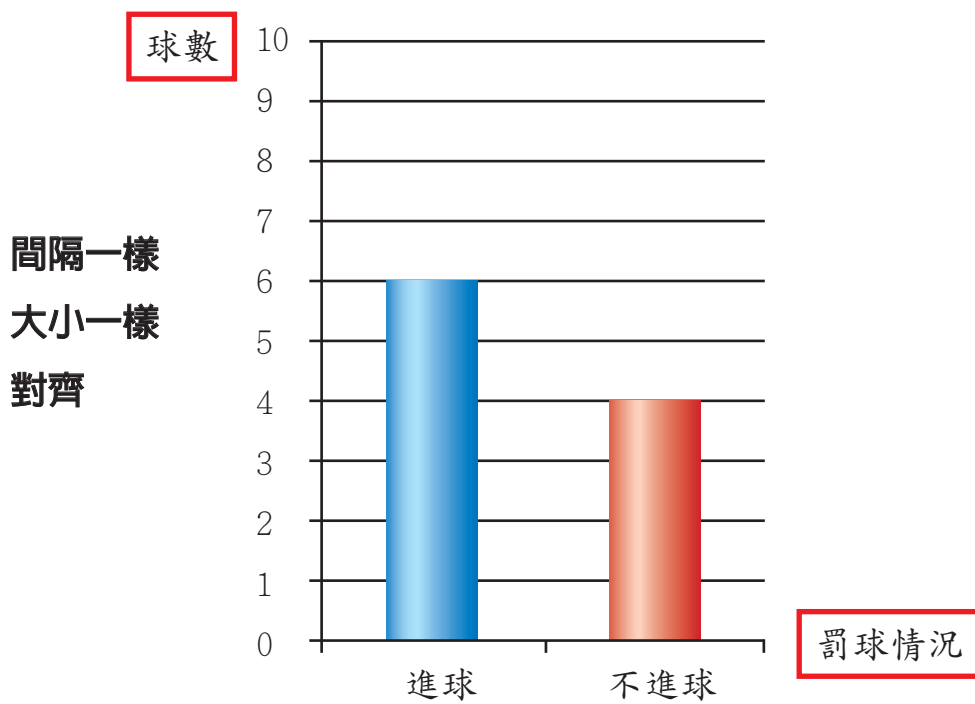
- 1 請問縱軸1.2.3……10代表什麼呢？
- 2 請問橫軸進球和不進球又代表什麼呢？



加入這些數字代表什麼意思？

這又代表什麼意思？

- 3 這個長條圖加入縱軸—「球數」、橫軸—「罰球情況」之後，長條圖就更加完整，但這個長條圖應該叫做什麼名字呢？



林書豪的○○○○○○○○○○長條圖

- 1 如果命名為【林書豪的長條圖】，你覺得適合嗎？
- 2 如果命名為【林書豪的罰球情況長條圖】，這樣是比較好一點，若要更精準一點，從橫軸和縱軸訊息，怎樣的命名會更精準呢？
- 3 沒錯，「林書豪的罰球情況球數長條圖」這個名稱是比較精準的名稱。說說看，為什麼這樣命名更精準呢？

活動2 長條圖的報讀

1 NBA的比賽共打四節，在高手如雲的NBA比賽中，如果想要贏球，每一節都必須要戰戰兢兢。只不過，贏了前三節，未必就穩操勝算，NBA精彩的地方就是常常在第四節會有某位球星跳出來，逆轉勝。而在第四節表現特別優異的球員甚至會得到「第四節先生」的封號，但如果第四節「表現不佳」，這些球員可能會被教練冰凍起來，關鍵時刻卻不敢任用。

但怎樣算是「表現不佳」呢？我們來聽聽小莉和小華的說法！

情況一

小莉說：雖然每一球都進，但只投一球。



情況二

小華說：投進很多顆球，但沒投進的更多。



小朋友，該怎麼評估，才會比較合理？

關於投球表現不佳，至少要考慮兩個指標：

- 一、要考慮「投球次數」，投球次數太少，不能算表現好。
- 二、要考慮「投進球數與沒投進球數的差異」，如果拿到球就投，雖然可能會得到很多分數，但如果沒投進的球數太多，不能算表現好。



2 小朋友，老師找到林書豪在某次比賽的投球紀錄，想請大家幫忙研究看看，林書豪在這場比賽中，**第四節**的表現情形。但在研究之前，你必須先通過下面的考驗。

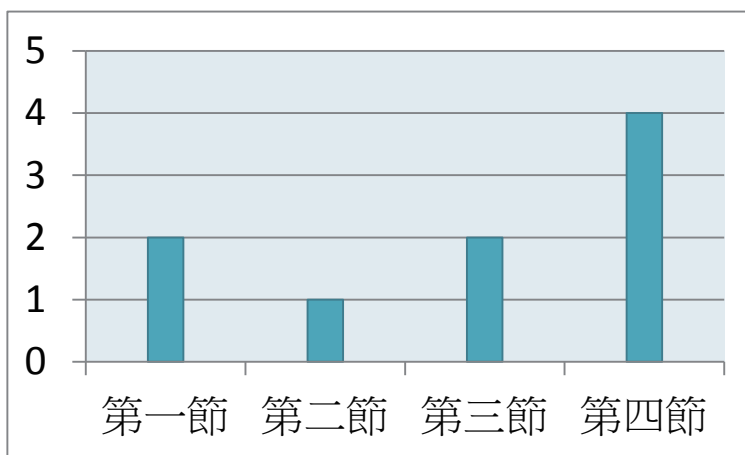
(1)下表是林書豪在這次比賽中，各節的投球紀錄。

節次	第一節	第二節	第三節	第四節
投球情形	○×○×××	××○××	○×××○	○○○○××

(○代表投進；×代表沒投進)

如果從上表中畫出下面的長條圖，請回答下述問題。

Q3



Q2

Q1：請問長條圖的名稱是什麼？

1 上面這個長條圖的名稱是什麼？橫軸是什麼？縱軸是什麼？

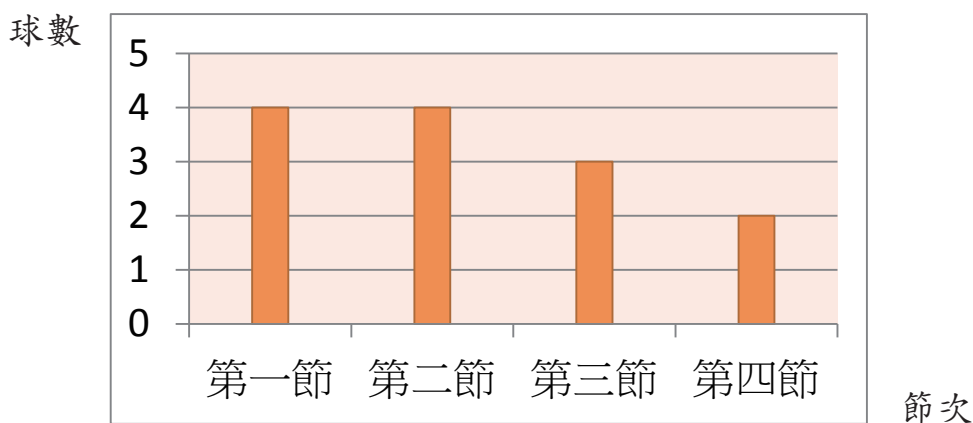
上面這個長條圖的縱軸1.2.3.4.5是「球數」，橫軸包括第一節、第二節、第三節、第四節，所以橫軸是「節次」，而這個長條圖的球數都是投進的球數，所以稱作「林書豪各節投進球數的長條圖」，是比較精準的說法。

(2)下表是林書豪在這次比賽中，各節的投球紀錄。

節次	第一節	第二節	第三節	第四節
投球情形	○×○×××	××○××	○×××○	○○○○××

(○代表投進；×代表沒投進)

如果從上表中畫出下面的長條圖，請回答下述問題。



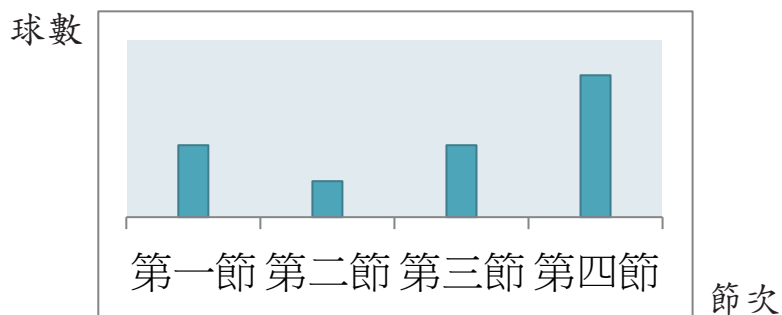
Q1：請問長條圖的名稱是什麼？

1 上面長條圖的名稱應該叫做什麼，才是比較比較精準的說法？

從表格中可以看出，長條圖中的球數都是「沒投進的球數」，所以應該稱作「林書豪各節沒投進球數的長條圖」，你答對了嗎！

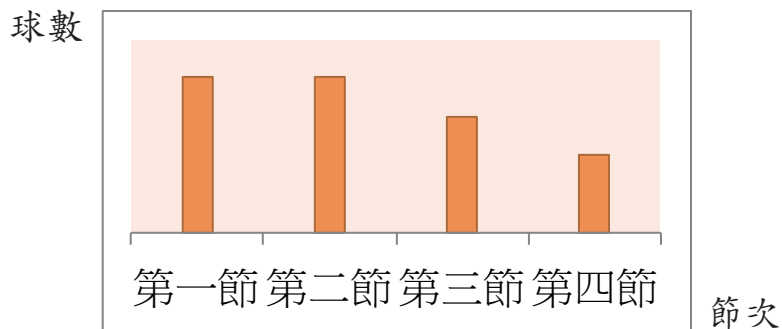
3 我們再來看看，老師如果把「格線」和「縱座標」都去除了

1 這時你能知道哪幾節的投進球數相等嗎？哪幾節？



林書豪各節投進球數的長條圖

2 這時你能知道哪一節沒投進的球數最少？哪一節？



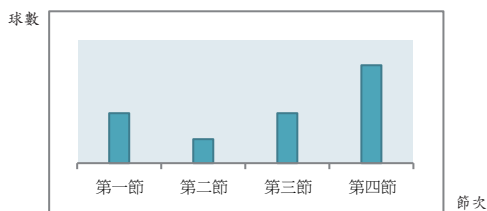
林書豪各節沒投進球數的長條圖

3 仔細觀察下面圖表的訊息，得知第一、三節的投進球數相等，請問你習慣從表格或長條圖來判斷呢？說說看原因。

節次	第一節	第二節	第三節	第四節
投球情形	2	1	2	4

看表得知的？

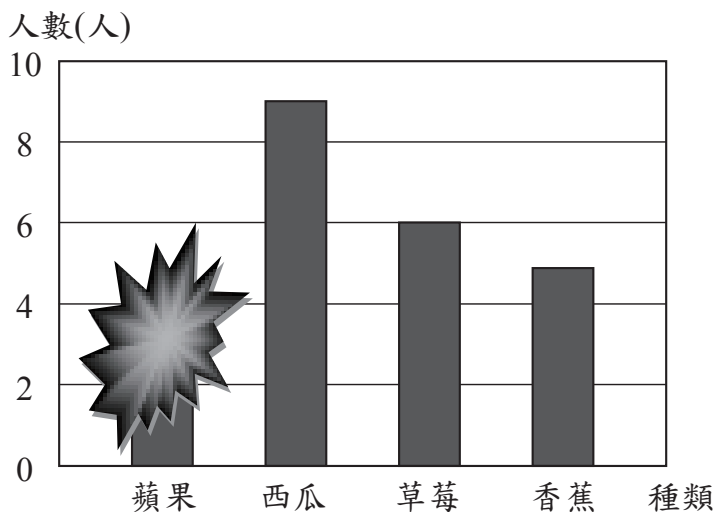
看圖得知的？



林書豪各節投進球數的長條圖

4 說說看，統計表和長條圖的優勢分別有哪些？

- 4 下圖是調查五年六班學生最喜歡的水果之後，所繪製的長條圖，其中喜歡蘋果的部分因為滴到墨汁被蓋住了。



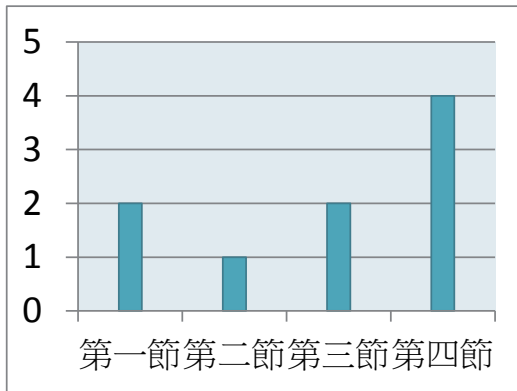
五年六班學生最喜歡的各類水果人數長條圖

- 1 如果喜歡草莓的人數是喜歡蘋果人數的2倍，請問喜歡蘋果的人數有幾人？() 人
- 2 最喜歡的水果中，得票最高的水果跟最少的水果，兩者相差了幾人？() 人。
- 3 五年六班共有多少學生參與投票？(一人投1票，沒有人投廢票)
() 人

活動3 長條圖的合併

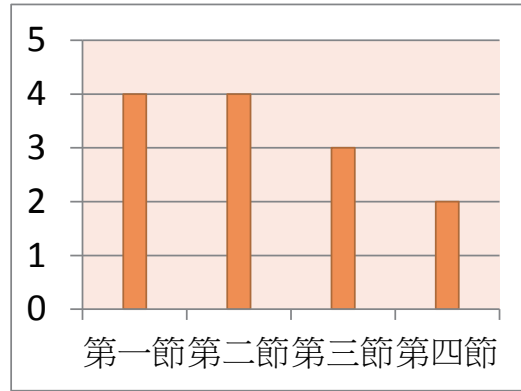
- 1 恭喜各位通過考驗，迎面而來的是下一個挑戰。老師想從剛剛練習的兩張長條圖來得知林書豪每一節的「投球次數」，但覺得有點麻煩。因為老師要一下子看左邊，一下子看右邊，感覺脖子快扭到了。

球數



林書豪各節投進球數的長條圖

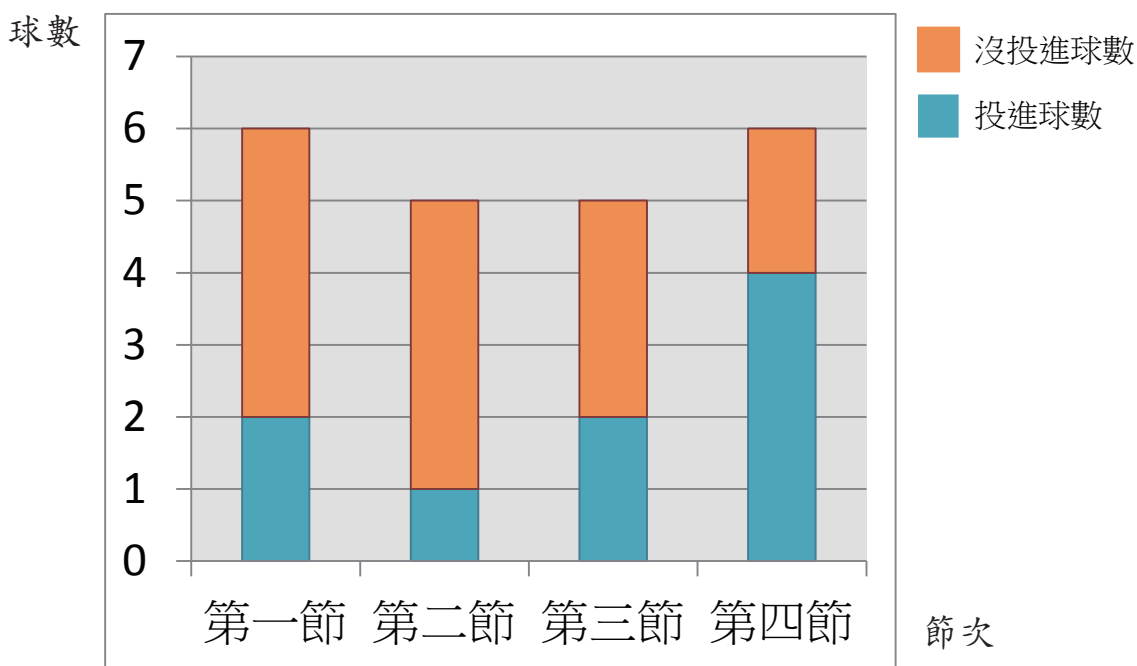
球數



林書豪各節沒投進球數的長條圖

小朋友，你們知道老師的困擾嗎？你覺得長條圖可以怎麼改善呢？如果把兩個長條圖合併起來，可以嗎？請試看看。

原來，投進球數的長條圖和沒投進球數的長條圖，兩個長條圖竟然可以用疊羅漢的方式把它堆疊起來，這是「堆疊式複合長條圖」。你看，神奇吧！



林書豪各節投球情況的長條圖

小朋友，疊起來的長條圖「右上方」多了一個圖例，你知道它代表的意思嗎？請說說看。

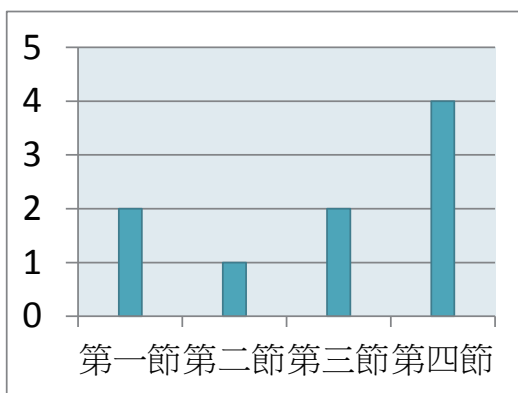
清楚這個圖例的意思之後，我們可以進一步來探討這些問題。

- 1 第四節的投球次數比較少嗎？怎麼判斷，說看看。
- 2 各節的投球次數差異大嗎？怎麼判斷，說看看。

從長條圖中，我們可以看到第四節的投球次數有6球，其中第一節和第四節的投球次數都是6球，是投球次數比較多的小節。而投球次數比較少的第二節和第三節，投球次數也有5球，林書豪在這場比賽中，各節投球次數差異不大。

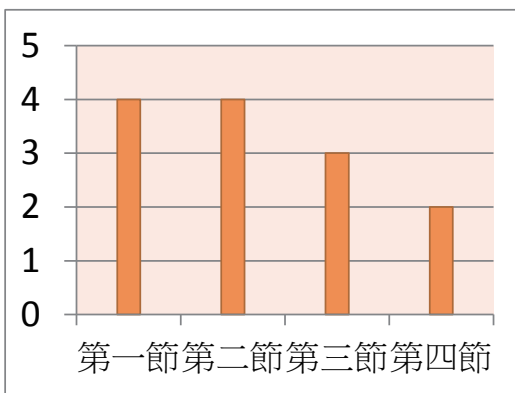
②研究完投球次數，老師想進一步知道林書豪在每一節中「投進球數和沒投進球數的差異」。這時候，老師的麻煩又來了，因為老師又要一下子看左邊，一下子看右邊，感覺頸子又快扭到了。

球數



林書豪各節投進球數的長條圖 節次

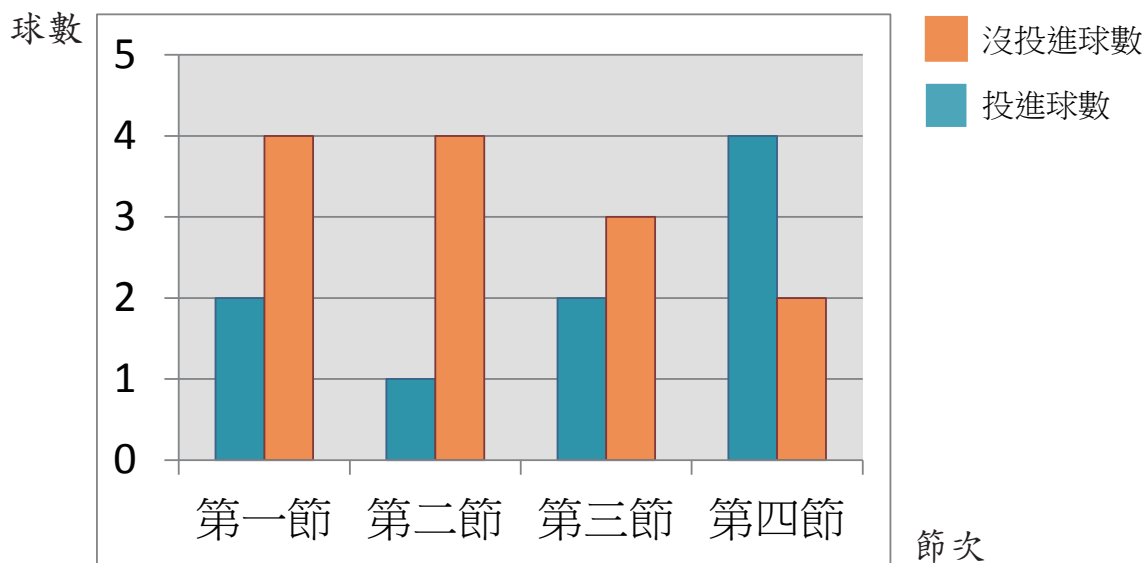
球數



林書豪各節沒投進球數的長條圖 節次

小朋友，你知道老師的困擾嗎？你覺得長條圖又可以怎麼改善呢？兩個長條圖除了可以疊羅漢之外，還可以怎樣合併呢？請試看看。

原來，投進球數的長條圖和沒投進球數的長條圖，兩個長條圖竟然可以用直接放置在兩側的方式，把它合併起來，這是「併置式複合長條圖」。你看，神奇吧！



林書豪各節投進球數的長條圖

這個圖不是疊羅漢，它是把投進球數和沒投進球數的長條圖，併置在左右兩側，併置之後，我們也進一步來探討一些問題。

- 1 第一節投進的球數多還是沒投進的球數多？
- 2 第二節投進的球數和沒投進的球數相差幾顆？
- 3 第四節投進的球數和沒投進的球數相差幾顆？

有了上述的認識，我們還可以進一步探索

4 第一節和第二節，哪一節投球情況較佳？怎麼判斷，請說看看。

5 第一節和第三節，哪一節投球情況較佳？怎麼判斷，請說看看。

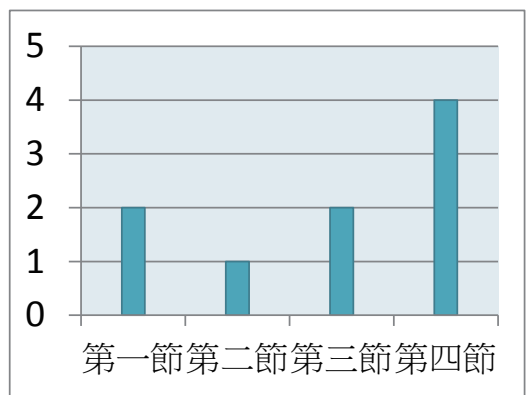
6 最後，請問林書豪在第四節中的表現有比其他節好嗎？怎麼判斷，請說看看。

7 從這個併置式複合長條圖中，大家還看到什麼訊息？或是還可以知道什麼結果？

3 經過上述的探索，從下圖，老師想再進一步探索。

球數

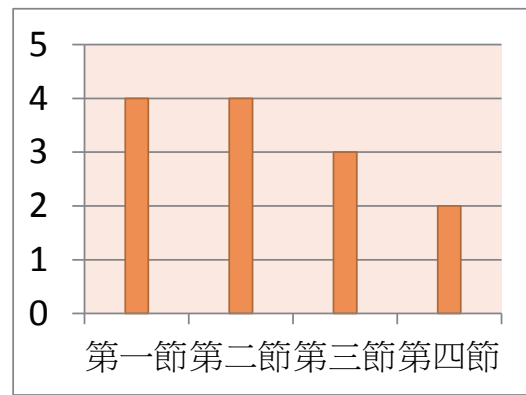
左上



林書豪各節投進球數的長條圖

球數

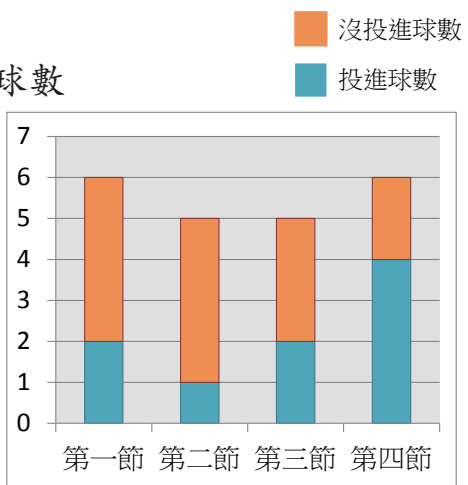
右上



林書豪各節投不進球數的長條圖

球數

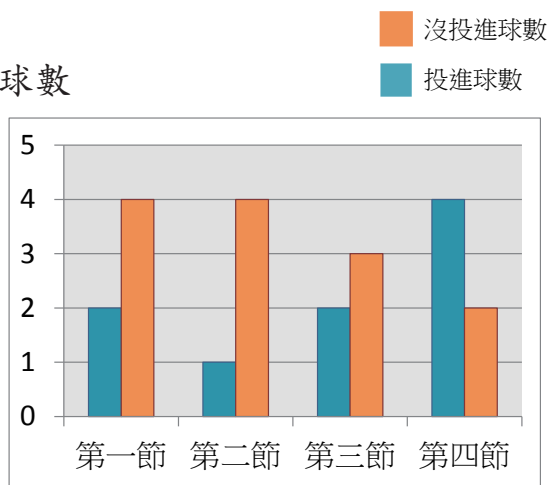
左下



林書豪各節投球情況的長條圖

球數

右下



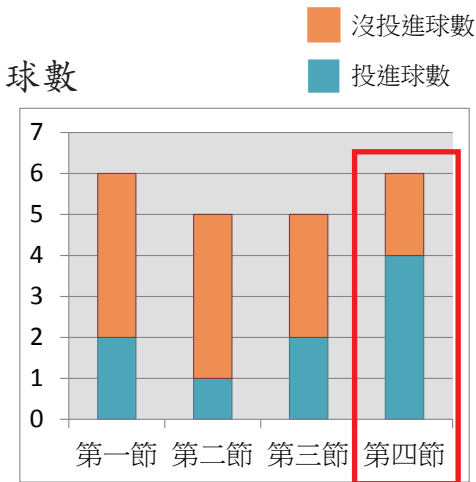
林書豪各節投進球數的長條圖

1 如果想探索各節的投球次數，應該從哪一個長條圖判斷？

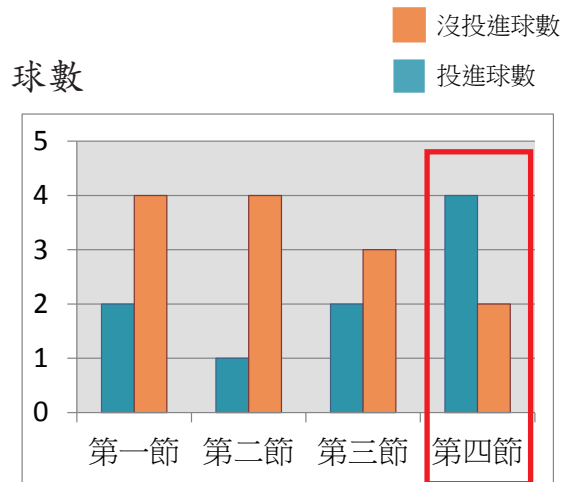
2 如果想探索各節投進和沒投進球數的差異，應該從哪一個長條圖判斷？

結論

經過上述一連串的探索，我們可以從下面兩個長條圖中看出林書豪在這次比賽中，第四節的投球次數和投球情形，都是各節中最棒的。



林書豪各節投球情況的長條圖 節次

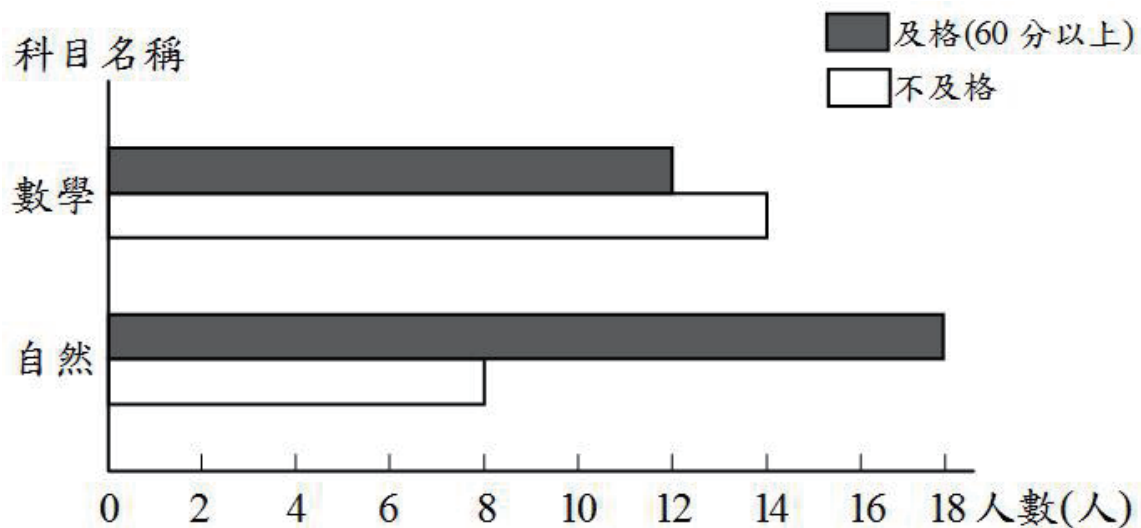


林書豪各節投進球數的長條圖 節次



在籃球場上，一般用「出手次數」這個詞來說明投球次數；「命中率」或「投球情況」來描述「進球與不進球」的差異情況。當出手次數跟命中率都很好的時候，亦即該球員在當節的表現很好。

- 4 小朋友，仔細觀察下面的長條圖，它的縱軸和橫軸分別表示什麼？這個長條圖和我們前面看過的長條圖哪裡不一樣？請說說看。



六年5班第三次月考數學和自然成績分布長條圖

大部份的長條圖都用縱軸表示「數量」，用橫軸表示「類別」，如果把縱軸改成「類別」，把長條圖橫軸改成「數量」，這時，長條圖的方向就會變成橫的。

請根據上面的長條圖回答下列問題：

- 1 四年甲班有幾人？（ ）人
- 2 哪一科考不及格的人數比及格的人數多？（ ）
- 3 雯雯說，兩科都考不及格的人數是 $14+8=22$ （人），你覺得她的算法合理嗎？請說明你的理由。

活動4 省略符號

1 這一小節，我們想來探索職業籃球員的薪水。

職業籃球選手在出道時，一般來說薪水不是很高，要經歷過一番的表現，能力受到肯定之後，薪水才會調高。每個球季結束，球團會考慮球員的去留，並且評估球員的新合約。

這裡有四位職業籃球員，猜猜看，他們的年薪順位為何？



(引自網路資料 <https://www.basketball-reference.com/>

<http://www.fingermedia.tw/?p=504893>

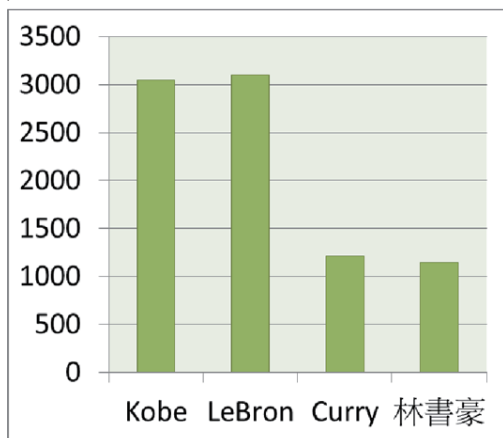
<http://qqoo9900.pixnet.net/blog>)

以年度最高薪來排序，他們薪水的順序是Kobe、林書豪、林志傑、田壘。

下面兩張圖，是學生繪製的長條圖，左圖是NBA球員的薪資，右圖則是臺灣球員的薪資。前文曾經提到，林志傑的薪水比林書豪的薪資還要低，但是在這兩張長條圖中，林志傑的長條圖長度卻比林書豪的長，到底是哪裡出了問題？

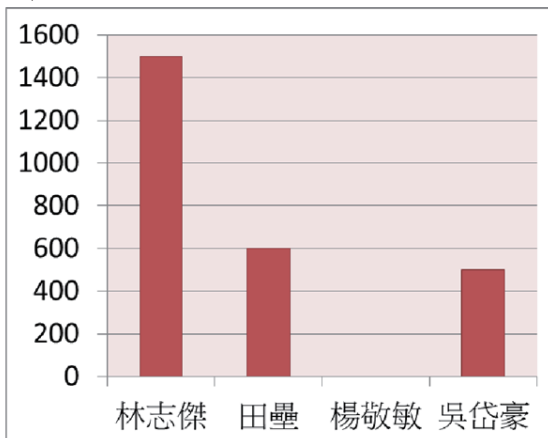
經過詢問之後，原來是長條圖忘了補充某一項訊息，請問大家知道是忘了補上哪一項訊息嗎？

薪資



美國職籃球員薪資長條圖 人名

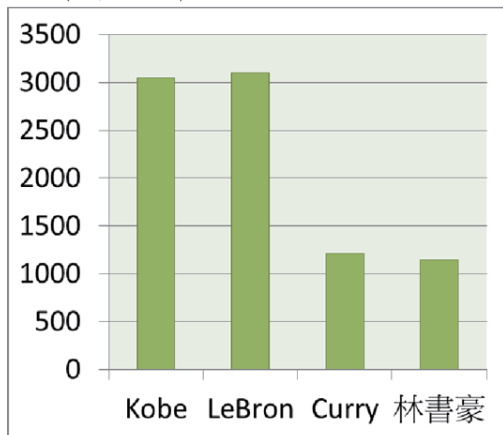
薪資



臺灣職籃球員薪資長條圖 人名

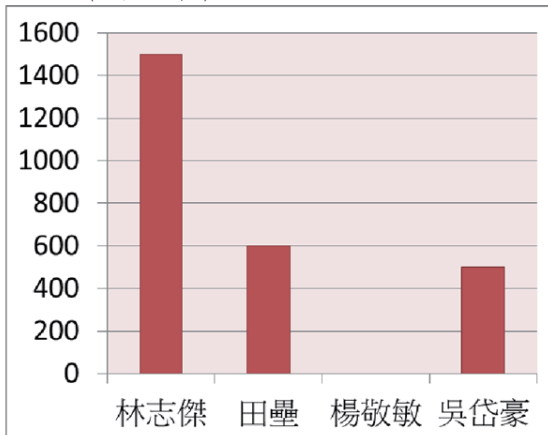
據說楊敬敏薪資大約是700萬臺幣，在圖上該怎麼畫？

薪資(萬美金)



美國職籃球員薪資長條圖 人名

薪資(萬臺幣)



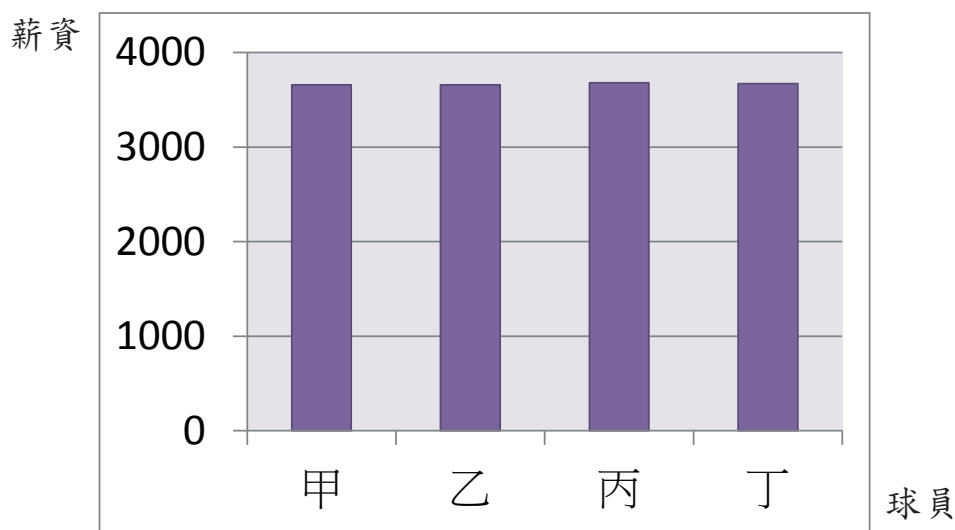
臺灣職籃球員薪資長條圖 人名

- 2 以下的統計表，是甲、乙、丙、丁四位球員四年薪資合約，他們的薪資都很接近。

球員	甲	乙	丙	丁
薪資（萬臺幣）	3657	3660	3680	3670

- 1 請問上表中，誰的薪資最高？
2 請問上表中，誰跟誰的薪資最接近？

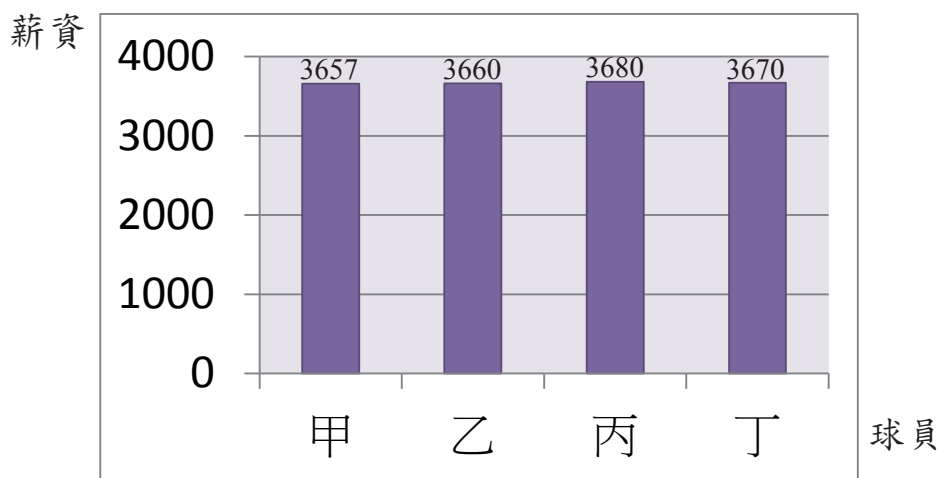
小朋友，下圖是根據上面的統計表資料所做成長條圖，你發現了什麼？



球員薪資長條圖

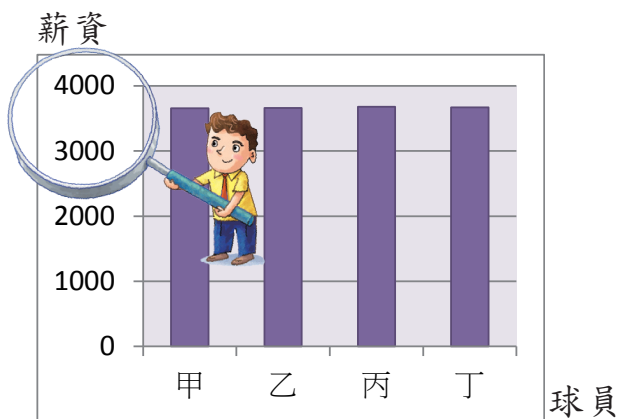
做成長條圖之後，很難從長條圖中一眼看出誰的薪資比較高。如果要發揮長條圖的功能：一眼看出差異，可以怎麼調整？說看看。

其中一個方法就是在每個長條的頂端加上註記，如下圖。

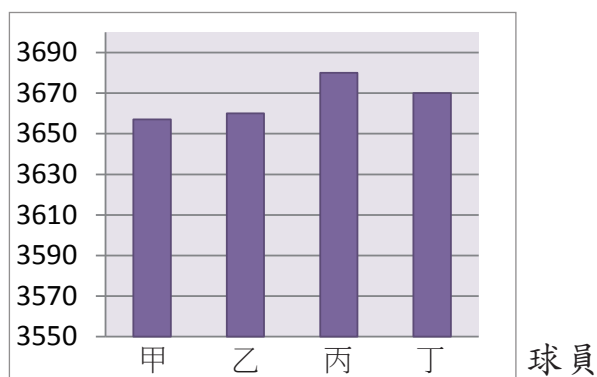


球員薪資長條圖

另外一個方法，是拿放大鏡，這樣就可以看清楚薪資的差異。



球員薪資長條圖



球員薪資長條圖

但把縱軸的間距放大之後，感覺怪怪的。右邊的長條圖，下面的資料都不見了，我們趕緊把它找回來吧!



問題又來了，如果真的要將這個長條圖畫完整，那可能需要很長很長的一張紙，想一想，長條圖可以怎麼改善呢？請說看看。

改善方式如下，加上省略符號。



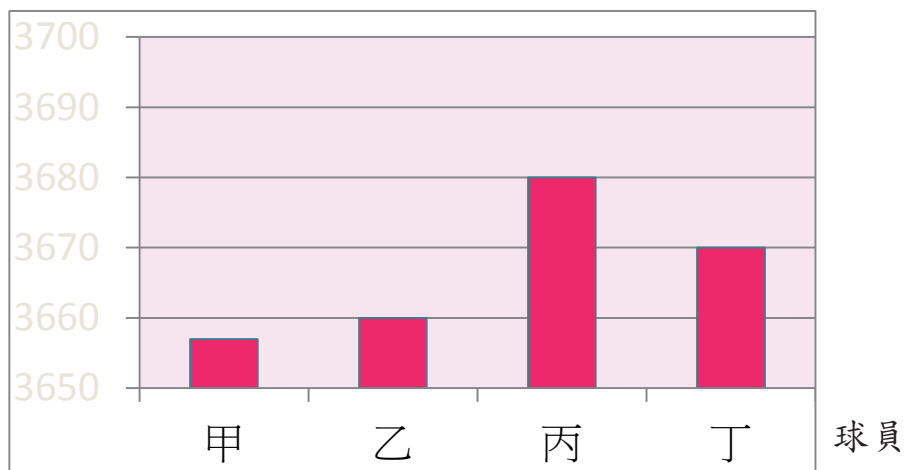
球員薪資長條圖



省略記號 ：當統計數量過大，統計圖不易畫出全部的數量時，可用「」這個省略符號。省略記號可以讓大量的差距看起來更明顯，還可以讓圖的大小適中。

- 3 有一天，老師看到一個薪資長條圖，正在驚嘆丙球員的薪資也太高了吧！看起來竟然是乙的兩倍多到三倍，但也就在此時，老師的朋友說：「你被騙了，哈哈！睜大眼睛看清楚。」

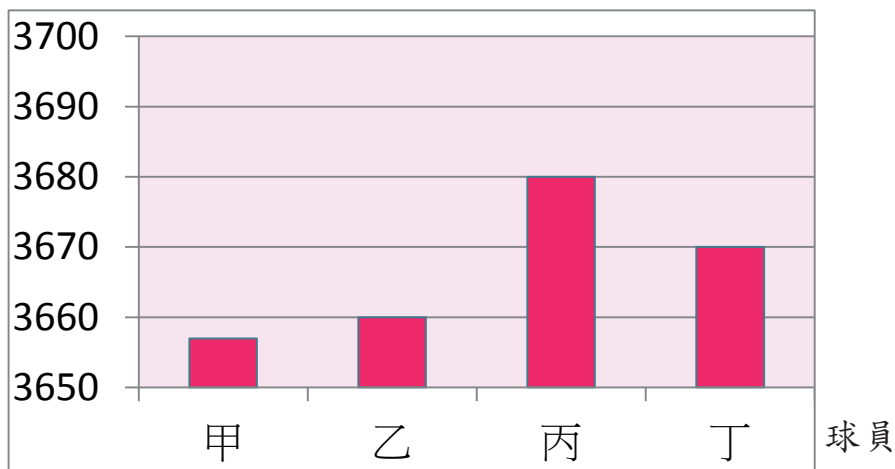
薪資（萬元）



球員薪資長條圖

老師仔細瞧瞧之後，發現長條圖的縱軸竟然如下圖，這才恍然大悟，原來自己真的被騙了。請問被騙的原因為何？

薪資（萬元）



活動5 折線圖

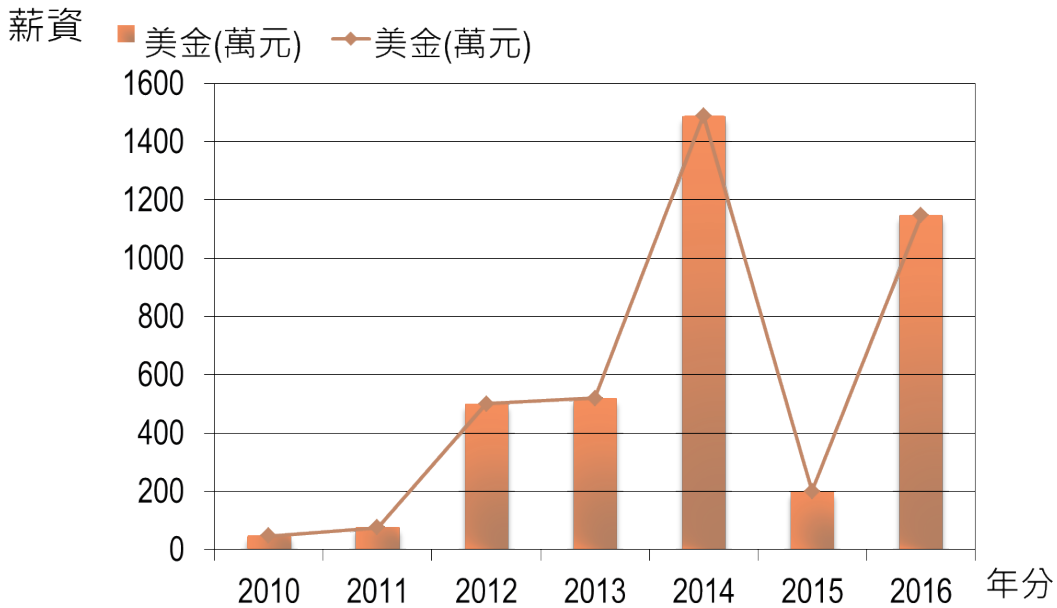
1 林書豪從2010年開始進入NBA，我們來看看他歷年的薪資。



林書豪在NBA的歷年薪資長條圖

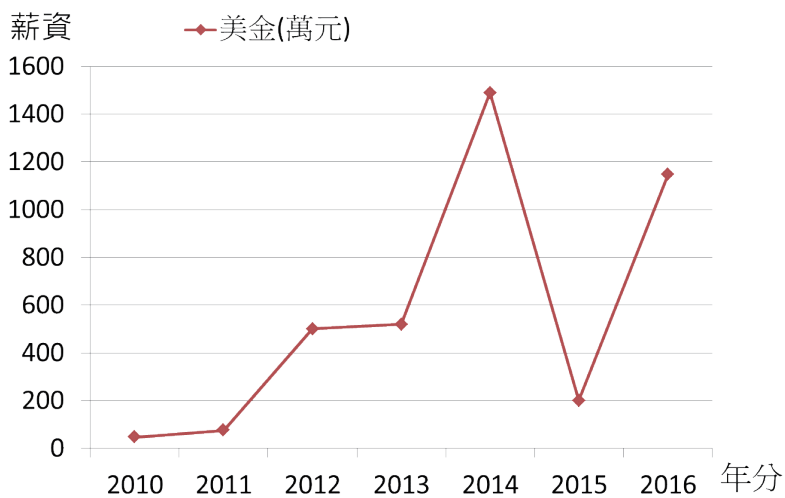
(引自網路資料 <https://www.basketball-reference.com/> 和 <https://m.nownews.com/news/140352>)

老師把歷年的薪資用線連起來，如下圖



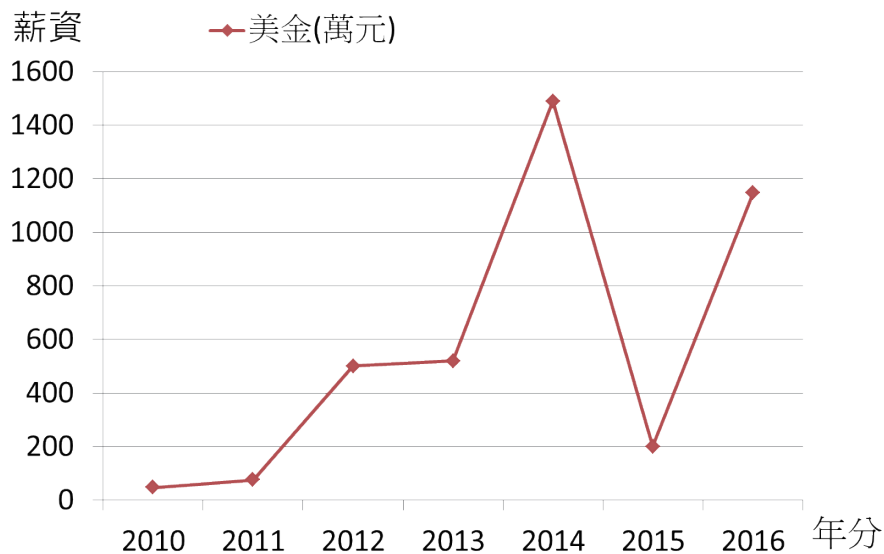
林書豪在NBA的歷年薪資長條圖

如果把長條圖去除，只留下連線的部分就變成「折線圖」。橫軸還是年分，縱軸還是薪資，而且依然可以看出2010年的年薪最低，2014年的年薪最高。



林書豪在NBA的歷年薪資統計圖

- ②除了長條圖既有的訊息之外，折線圖還提供哪些訊息呢？讓我們繼續探究吧！



林書豪在NBA的歷年薪資統計圖

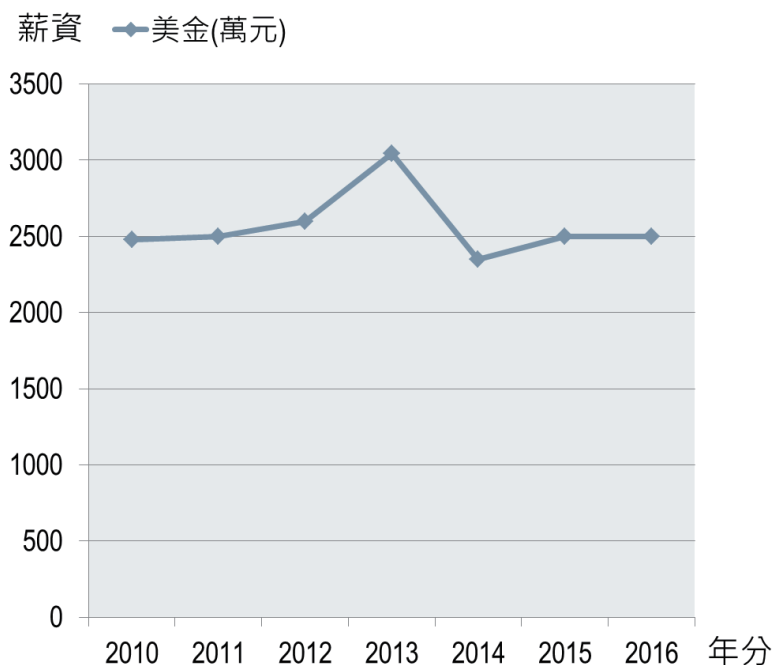
小朋友，請仔細觀察上面的折線圖並思考下面的問題。

- ① 2010～2014年，林書豪的薪資有什麼改變？說看看。
- ② 猜猜看，改變的原因有哪些？
- ③ 2010～2011年、2011～2012年、2013～2014年林書豪的薪資都增加了，哪一個階段增加的幅度比較大？
- ④ 增加幅度愈大，折線是比較「平緩」或「陡斜」呢？
- ⑤ 2014～2015年，林書豪的薪資突然遽降，之後又突然遽增，以至於折線圖呈現一個V字形，猜猜看，是什麼原因？說看看。

3 老師也找了Kobe的歷年薪資，做了下面的折線圖，請小朋友試著模仿上圖進行提問：

1 : _____

2 : _____

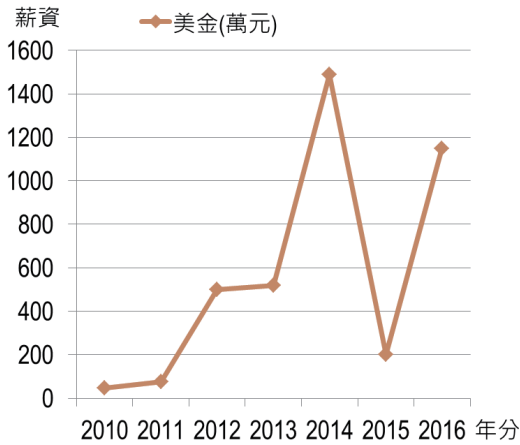


3 折線圖的特性是使人很容易發現資料隨時間變化產生變動的幅度以及發展的趨勢，請問哪些提問有問出上面這個折線圖的特性，說看看。

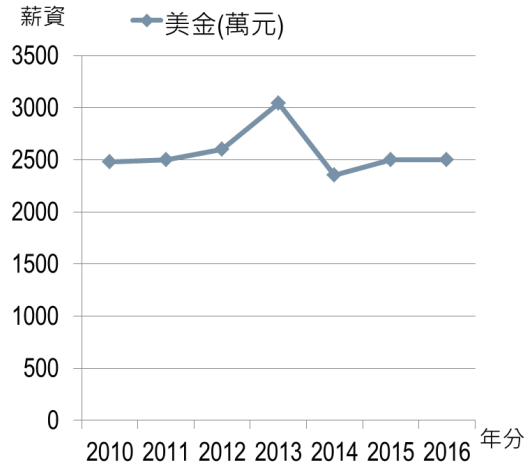
4 請問，Kobe的歷年薪資在哪幾年薪資的起伏比較大？怎麼判斷，說看看。

活動6 複合折線圖

- 1 分別研究完林書豪和Kobe之後，老師想來比較一下兩人的資料。



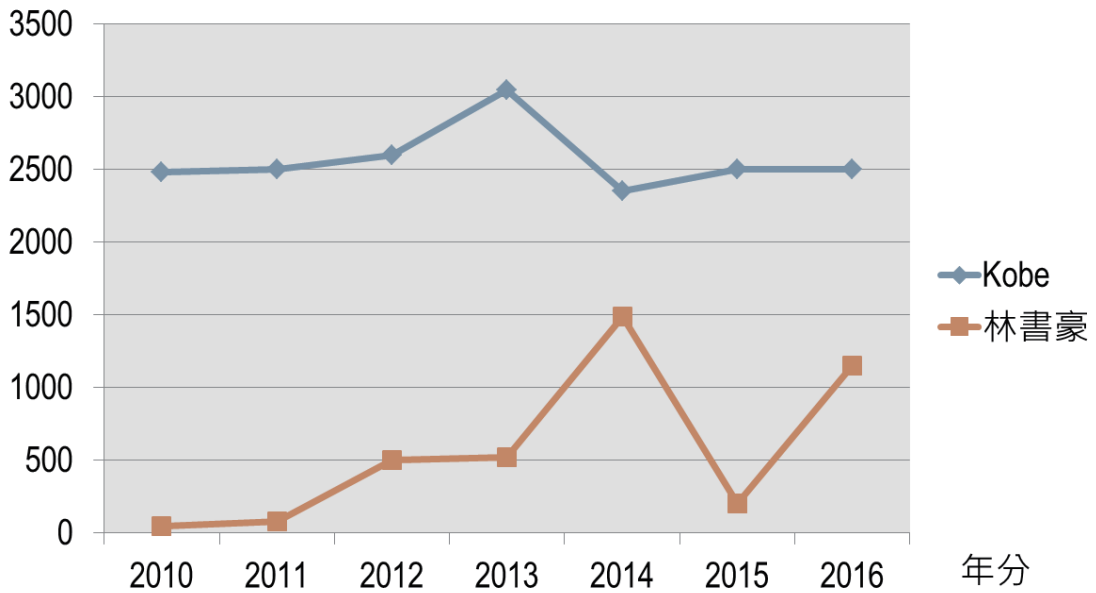
林書豪在NBA歷年薪資折線圖



Kobe在NBA歷年薪資折線圖

- 1 Kobe和林書豪的薪資，在哪一年相差最少？
- 2 回答這個問題時，有什麼困擾？可以試著把兩個折線圖合併嗎？怎麼合併，試看看。

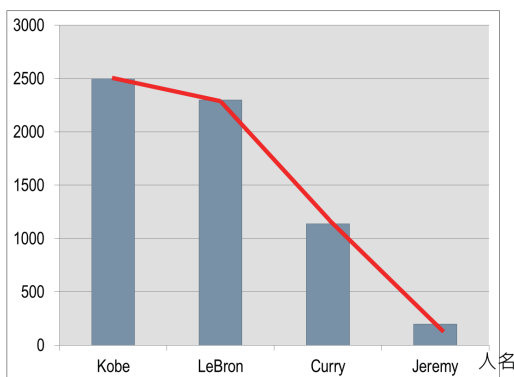
薪資（美金萬元）



- 3 合併之後的折線圖，可以一眼看出哪一年的薪資相差最少嗎？說說看，怎麼判斷的。
- 4 Kobe和林書豪的歷年薪資，誰的變化比較大(明顯)？說說看，怎麼判斷的。
- 5 從表格中你還看到什麼訊息或推論？

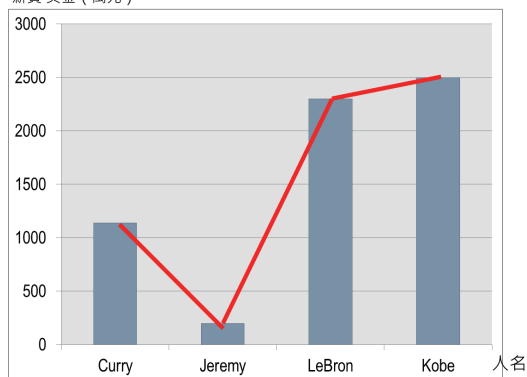
2 班上有幾位同學學會了折線圖之後，覺得很開心。他們把學過的「職籃球員薪資長條圖」也改成折線圖，出現了下面兩個圖。

薪資美金(萬元)



NBA球員薪資統計圖

薪資美金(萬元)



NBA球員薪資統計圖

1 左圖似乎看到了逐漸遞減的趨勢，但是該怎麼解釋？

2 相同的資料，如果人名的順序更換之後，卻產生出不同的折線圖，也看到不同的變化，但是該怎麼解釋呢？

3 橫坐標是人名的時候，很難解釋？為什麼，說看看。

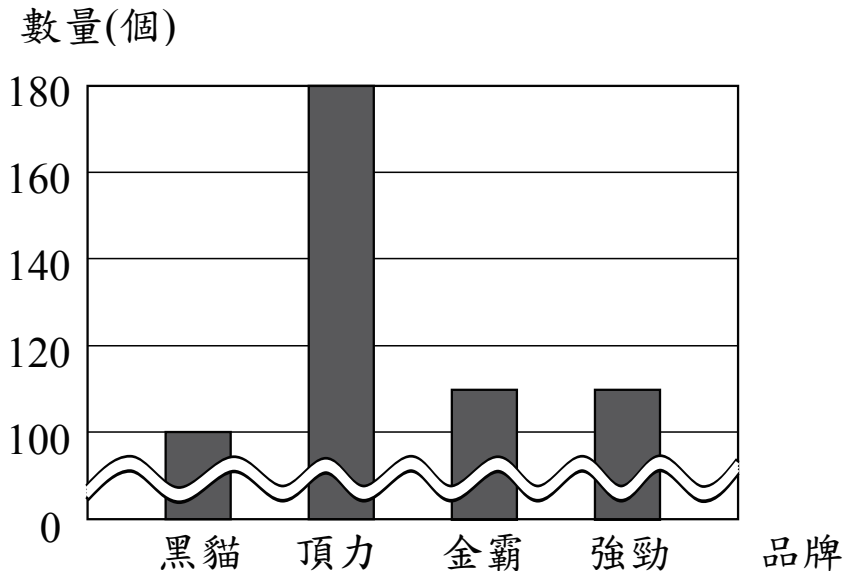
為什麼「職籃球員薪資長條圖」改成折線圖後，很難解釋？



1. 人名、交通工具種類、資源回收種類、各社團參加人數……等，這些想要「顯示資料間差異」或是「個別資料的大小」，適合做成長條圖；身高、體重、氣溫、雨量、產品銷售量……等，這些可以「顯示出資料變化和趨勢」，才適合做成折線圖。
2. 折線圖的橫坐標排列順序不能變動，不然就會改變資料原本要表達的意思。

活動7 綜合練習

1 下圖是7月~12月賺很多公司使用的各品牌電池數量長條圖：

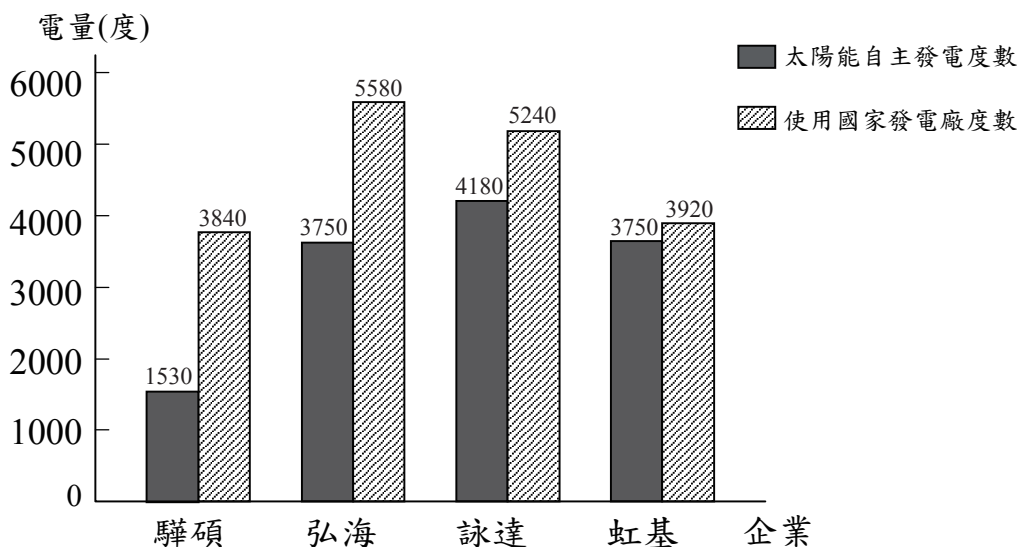


賺很多公司使用的各電池品牌數量長條圖

- 1 賺很多公司7月~12月使用 () 牌的電池數量最多，是 () 個。
- 2 賺很多公司7月~12月使用 () 牌的電池數量最少，是 () 個。
- 3 從長條圖中可以看出頂力牌是賺很多公司的最愛品牌，你認為其中的原因是什麼？請用文字說明你的理由。

2 比特比國家自從簽定「國際節能減碳條約」後，決定舉辦「節電我最行」比賽。本比賽預計頒發高額獎金，鼓勵全國家庭和企業加入節電行動，該國幾家規模差不多的知名企業也響應政府節能減碳，紛紛加入此次「節電我最行」的比賽行列。

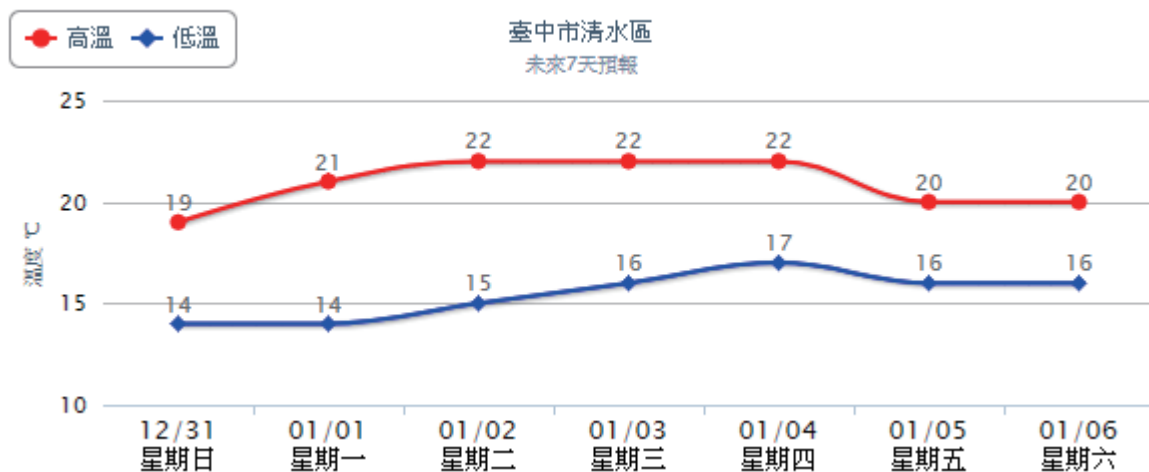
比特比國內各家企業都設有太陽能發電裝置，因此「節電我最行比賽」是將各企業的「太陽能自主發電度數」和「使用國家發電廠度數」兩項成績合併計算，所以各企業若想奪得獎金，就必須設法提高「太陽能自主發電度數」和減少「使用國家發電廠度數」。以下是這一季「節電我最行比賽」幾家企業發電和用電情況。



節電我最行比賽各企業發電和用電的長條圖

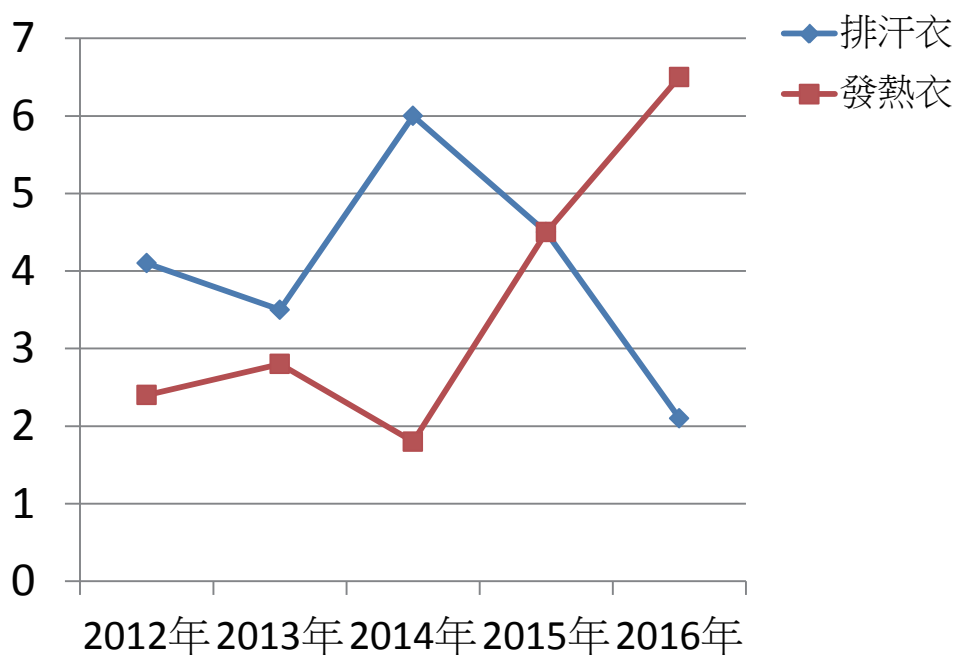
- 1 本季「使用國家發電廠度數」最少的企業是 ()。
- 2 本季「使太陽能自主發電度數」最多的企業是 ()。
- 3 你覺得這次的「節電我最行」比賽應該把獎金頒給哪一家企業，請用文字說明你的理由。

3 下圖是清水區一週溫度趨勢圖。



- 1 這一週每天的溫差在 () °C 到 () °C 之間。
- 2 如果你是電視臺氣象播報員，你要如何播報清水區這一週氣溫概況，請用文字將你要播報的內容寫下來。

- 4 下圖是拉拉衣購網在西元2012年～2016年排汗衣和發熱衣總銷售數量折線圖。



拉拉衣購網在西元2012年～2016年
排汗衣和發熱衣總銷售數量折線圖

- 1 連續兩年銷售量下滑的是（ ）衣。
- 2 連續兩年銷售量上升的是（ ）衣。
- 3 西元（ ）年兩種衣服的銷售量一樣。
- 4 西元2016年排汗衣的銷售量慘跌，但是發熱衣的銷售量卻大增，你認為是什麼原因造成這兩種衣服的銷售量有如此的差距？請用文字說明你的理由。

素養導向國民小學數學教材：讓數據說話—學生手冊

素養導向數學教材 / 單維彰 主編
— 初版 — 新北市三峽區：國家教育研究院，2018.12

1. 數學教育
2. 小學數學
3. 教材與教法

發行人：郭工賓

出版者：國家教育研究院

編審者：十二年國民基本教育數學素養導向教材研發編輯小組

召集人：單維彰

副召集人：林碧珍、鄭章華（依姓氏筆畫順序排列）

編輯小組：吳汀菱、施羿如、洪瑞英、晏向田、馬雅筠、高健維
陳彥霖、陳淑娟、陳維民、曾明德、歐志昌、鄧家駿
謝涓婷（依姓氏筆畫順序排列）

作者：陳維民、謝涓婷（依姓氏筆畫順序排列）

執行編輯：江增成、張淑娟、梁雅婷、蔡敏冲、盧培春
（依姓氏筆畫順序排列）

出版年月：107 年 12 月

版次：初版

電子全文可至國家教育研究院網站 <http://www.naer.edu.tw> 免費取用

本書經雙向匿名審查通過

（請遵創用CC授權「姓名標示-非商業性-相同方式分享」規定，歡迎使用）

